

Faculty of Science		كلية العلوم
Department of Mathematics		قسم الرياضيات
امتحان نهائي الفصل الدراسي الصيفي للعام الجامعي 2025/2024م		
التاريخ: 2025/09 / 03م	اليوم: الخميس	كلية العلوم
الزمن: ساعتان	212 رياض	مقرر: معادلات تفاضلية (1)

اجب عن الاسئلة الآتية: علما بان الدرجة من 50 درجة موزعة بالتساوي
(ممنوع استخدام الآلة الحاسبة نهائيا)

السؤال الأول:

1. أوجد المعادلة التفاضلية التي حلها العام هو مجموعة القطاعات الزائدية الممثلة بالمعادلة

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

2. أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

$$(i) y'' + 5y' + 4y = \sin 3x + 4$$

$$(ii) \cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x + y^3 = 0$$

السؤال الثاني:

1. حل مسألة القيمة الابتدائية $y'' = x^2 - 1$, $y(0) = 1$, $y'(3) = 5$

2. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية

$$(D^3 - 6D^2 + 9D)y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3, y''(0) = 3, D \equiv \frac{d}{dx}$$

السؤال الثالث:

1. أوجد الحل العام والحل المفرد لمعادلة كليروت $y = -xp + p^2$

2- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الآتية:

$$2e^x \tan y + y'(1 + e^x) \sec^2 y = 0$$

السؤال الرابع:

1. حل المعادلة التفاضلية $p^2 + (2x - y)p - 2xy = 0$

2. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $xy' = y - x \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$

أ.د. أحمد ماهر عبدالباسط

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح



اجب عن الاسئلة الآتية : (كل سؤال 10 درجات)

(1) (أ) أوجد قيمة التكامل الثنائي الآتي: $\iint_R (1-y) dA$ حيث R هي المنطقة المحددة بالقطع

المكافئ $x = y^2$ والمستقيم $x = 2 - y$.

(ب) أوجد المشتقات الجزئية للدالة $f(x, y) = \sin(x^2 y) + \ln(y/x)$.

(2) (أ) أدرس إتصال الدالة:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(xy)}{xy}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(ب) حقق نظرية جرين في المستوى: $I = \oint_C y^2 dx + 4xy dy$ حيث C منحنى مقفل للمنطقة المحدودة بربع الدائرة $x = \cos \theta$, $y = \sin \theta$ في الربع الأول ومحوري الأحداثيات.

(3) (أ) أوجد قيمة التكامل

$$\iint_R xy \, dx \, dy$$

حيث R هي المنطقة المحددة بالقطاعات المكافئة: $y^2 = x$, $y^2 = 2x$, $x^2 = y$, $x^2 = 4y$.

(ب) حقق نظرية أويلر للدالة: $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$.

(4) (أ) أوجد المساحة المحصورة بين القطعين المكافئين $y^2 = 4 - 4x$, $y^2 = 4 - x$.

(ب) إذا كانت: $f(x, y, z) = \tan(xyz) + \sin(xy) - \cos(xz)$ فأوجد المشتقة الاتجاهية للدالة f

عند النقطة $(0, 1, 1)$ في الاتجاه من النقطة $(0, 1, 1)$ إلى النقطة $(3, 1, 5)$.

$$(5) (أ) أوجد قيمة التكامل: I = \int_0^{\pi/2} \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} x \cos z \, dy \, dx \, dz$$

(ب) أوجد القيم القصوى للدالة $f(x, y)$ حيث أن $f(x, y) = x^2 + 3x - 6xy + y^3 + 6y - 7$.

إنتمم الأسئلة مع بمبرأتنا لهم بالتوفيق

د. / مصطفى الخطيب

(٣,٥ درجات)

(١-٤) (i) إذا كان $Y = aX + b$ فاثبت أن $\sigma_Y^2 = a^2 \sigma_X^2$

(٣ درجات)

(ii) حادثتان A, B بحيث كان: $P(A \cup B) = \frac{3}{7}$, $P(B) = \frac{2}{7}$, $P(A) = \frac{1}{3}$ فأوجد قيمة $P(A|B)$

(٦ درجات)

(ب) أوجد معامل الالتواء والتفرطح للتوزيع

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$$

(١-٥) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع المنتظم المتقطع فاكتب دالة الكتلة له ثم أوجد القيمة المتوقعة والتباين ودالة توليد العزوم للمتغير العشوائي لهذا التوزيع

(ب) أوجد دالة التوزيع التوزيع التراكمية المقابلة لدالة الكثافة الاحتمالية

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 < x \leq 2 \\ 3 - \frac{x}{2}, & 2 < x < 3 \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

أ. د محمد عزب عبد الله

انتهت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق

Department of Math. Faculty of Science درجة الامتحان: (٥٠ درجة) اليوم والتاريخ: الأربعاء ٢٠٢٥/٨/٢٧ م	 الفرقة: المستوي الثاني المادة: احتمالات (١) ٢٤٢ رأ	قسم الرياضيات كلية العلوم امتحان نهاية الفصل الدراسي الصيفي ٢٠٢٤/٢٥ م
--	---	---

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (درجة كل سؤال من ١٢,٥ درجة)

(١-أ) إذا كان A, B حادثتين معرفتين علي نفس فضاء العينة بحيث كان:

$$P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{5}{8}, P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

أوجد الاحتمالات الآتية: $P(A|B), P(B|A), P(A|B^c), P(A^c|B), P(A^c|B^c)$

(ب) مصنع به ثلاث ماكينات A_1, A_2, A_3 تنتج وحدات متشابهة من المصباح الكهربائي بنسبة $30\%, 40\%, 30\%$ علي الترتيب لكل ماكينة وكانت نسبة الوحدات التالفة من إنتاج كل منهم هي $3\%, 4\%, 3\%$ علي الترتيب. فإذا كانت التجربة هي اختيار مصباح واحد بشكل عشوائي

(i) فما احتمال أن يكون هذا المصباح تالف . (ii) إذا كان هذا المصباح تالفا فما احتمال أن يكون قد انتج من الآلة الثانية.

(٢-أ) أوجد قيمة الثابت C الذي يجعل الدالة الآتية تمثل دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي X ثم أوجد الاحتمال $P(-7 \leq x \leq 7)$ حيث $f(x) = \frac{C}{49 + x^2}, -\infty < x < \infty$

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين والعزم النوني المطلق للمتغير العشوائي X الذي له دالة الكثافة الاحتمالية:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & 0, w \end{cases}$$

(٣-أ) حدثان متنافيان A, B بحيث $P(A) = 0.35, P(B) = 0.8, P(A \cup B) = 0.8$ أوجد $P(A)$ (٤ درجات)

(ب) أوجد دالة توليد العزوم للمتغير العشوائي X الذي له دالة الكتلة الاحتمالية $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & x = 0, 3 \\ \frac{3}{8}, & x = 1, 2 \\ 0, & 0, w \end{cases}$ ومن ثم أوجد

(٨ درجات)

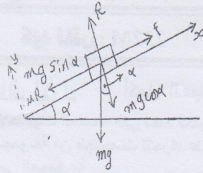
μ_3, μ_4

بقية الأسئلة في الخلف ←

السؤال الرابع: - (10 درجات)

(أ) اعتبر F_v هي القوى الخارجية المؤثرة على الجسم رقم v في المجموعة الديناميكية المكونة من N من الجسيمات ومتجه الموضع لكل جسيم يكتب في الصورة $(r_v = r_v(q_1, q_2, \dots, q_n))$ أثبت ان القوة المعممة تعطى من العلاقة: $Q_a = \sum_{v=1}^N F_v \cdot \frac{\partial r_v}{\partial q_a}$

(ب) يتحرك جسيم إلى أعلى مستوى مائل خشن بواسطة قوة f إذا علم ان المستوى يميل على الأفقي بزاوية α ومعامل الاحتكاك بين الجسيم والمستوى μ احسب القوى المعممة.



السؤال الخامس: - (10 درجات)

تحقق من كون التحويلات الآتية تحويلات قانونية:

$$Q = \tan^{-1}\left(\frac{q}{p}\right), \quad P = \frac{1}{2}(q^2 + p^2) \quad (أ)$$

$$P = \ln \sin p, \quad Q = q \tan p \quad (ب)$$

انتهت الأسئلة

د. / اسراء جمال



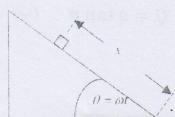
مع أجمل الأمنيات بالتوفيق والنجاح للجميع

Department of Mathematics		قسم الرياضيات
Faculty of science		كلية العلوم
الإختبار النهائي لقرر الميكانيكا التحليلية		
50	الفصل الدراسي الصيفي 2025 م	المستوى : الثاني برنامج الرياضيات والحاسب الآلي
زمن الاختبار : ساعتان	2025/8/26 م	كود المقرر: 232M

السؤال الأول: - أكمل العبارات التالية : (10 درجات)



- 1- الاحداثيات المعممة التي تحدد تحديداً تاماً حركة جسم على بندول مزدوج مقيد الحركة في مستوى هي
- 2- مجموعة من الجسيمات تتحرك على سطح معادلته $F(x, y, z) = 0$ يكون نوع القيد وتسمى المجموعة
- 3- مجموعة ديناميكية مكونة من N من الجسيمات ويفرض ان متجه موضع أحدهم هو $\vec{r}_v$ وكتلته m_v وطاقة الحركة الكلية للمجموعة هي $T = \frac{1}{2} \sum m_v \dot{r}_v^2$ فيكون تفاضل طاقة الحركة الكلية بالنسبة للاحداثيات المعممة مساوياً وتفاضلها بالنسبة للسرعات المعممة مساوياً
- 4- ينزلق جسيم كتلته M إلى أسفل مستوى مائل كما بالشكل إذا علمت ان طاقتي الوضع والحركة له هما



$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + x^2 \omega^2), \quad V = mgx \sin \theta$$

- تكون معادلة لاگرانج له ودالة لاگرانج
- 5- ربط جسيم كتلته m بواسطة خيط طوله a مثبت في النقطة o على محور z وترك ليدير تحت تأثير الجاذبية الأرضية فإذا علمت ان دالة لاگرانج له تعطى من

$$L = \frac{1}{2} m a^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) - mga \cos \theta$$

- تكون دالة هاميلتون له
- 6- مركبات السرعة لجسيم يتحرك في الاحداثيات الإسطوانية إذا علمت ان $\vec{r} = (p, 0, z)$ والسرعة الزاوية $\vec{\omega} = (0, 0, \dot{\phi})$ هي ومركبات العجلة هي

السؤال الثاني: - (10 درجات)

- (أ) أثبت أن مجموع طاقتي الوضع والحركة مقادير ثابت باستخدام دالة هاميلتون ومعادلات هاميلتون.
- (ب) أوجد دالة هاميلتون ومعادلات هاميلتون لجسيم يتحرك في الفراغ إذا علمت ان طاقة الحركة ودالة الجهد له هما :

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2), \quad V = mgz$$

السؤال الثالث: - (10 درجات)

- أوجد دالة لاگرانج ومعادلات لاگرانج موضعاً لاهتزازات المعممة والسرعات المعممة لجسيم كتلته m إذا علمت ان طاقة الحركة ودالة الجهد له كالتالي:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2), \quad V = \frac{1}{2} k (r - l_0)^2 - mgr \cos \theta$$

