

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $T: R^3 \rightarrow R^2$ وأوجد صورة التحويل $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ واستخدم ذلك في إيجاد $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ (٧ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦،٥ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦،٥ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين :

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

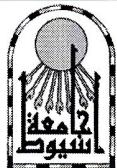
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصلية

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $T: R^3 \rightarrow R^2$ وأوجد صورة التحويل $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ واستخدم ذلك في إيجاد $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ (٧ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦،٥ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحولياً خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦،٥ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين :

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحولياً خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢		الشعبة : الرياضيات والحاسب

الزمن : ساعتان

رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢

اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية
الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

(١٦ درجة)

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله. قدفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة المقطوعة بعد مضي زمن t .

(١٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافىء $4\rho = g^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين المستويين $\frac{h}{2}, h$

(١٦ درجة)

(١٨ درجة)

أ) قدفت كرة مصنوعة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافئ في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة.

(٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي:

أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته.

(٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$.

ج) يتحرك جسيم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$

(٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

& أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي

أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

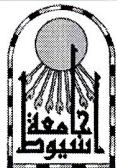
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصليّة

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ (٧ درجات)

$T: R^3 \rightarrow R^2$ أوجد صورة التحويل $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ واستخدم ذلك في إيجاد (٦ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين :

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)



أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢	رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢	الشعبة : الرياضيات والحاسب
الزمن : ساعتان		اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله.

قذفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة

المقطوعة بعد مضي زمن t . (٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافى $4\rho = r^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين

المستويين $\frac{h}{2}, h$ (٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي : (١٨ درجة)

أ) قذفت كرة مصنفة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافى في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق (٩ درجات)

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة. (٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي: (١٦ درجة)

أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته. (٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$. (٨ درجات)

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$ (٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي & أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

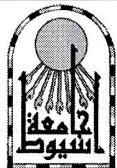
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصلية

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ (٧ درجات)

$T: R^3 \rightarrow R^2$ أوجد صورة التحويل $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ واستخدم ذلك في إيجاد (٦ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين:

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٧ معادلات تفاضلية (٢١٣ ر) - الاربعاء ٢٠١٨/٥/١٦ الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠		جامعة أسيوط - كلية العلوم قسم الرياضيات - المفرقة الثانية (طلاب الرياضيات والفيزياء والحاسب)
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = \ln x, \quad D = \frac{d}{dx}$$

الثاني: أوجد الحل العام والحل البارامטרי والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p - \sin p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x \frac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{xy}$ ثم أوجد حل خاص يحقق $y(1) = 1$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x^2 p^2 - xyp - 6y^2 = 0$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = x^4$

٤- جسم كتلته الوحدة يتحرك في خط مستقيم منجذبا نحو نقطة ثابتة على خط الحركة بقوة تساوى μx حيث x هو بعد الجسم عن النقطة الثابتة. فإذا كانت هناك قوة مقاومة لحركة الجسم مقدارها

$k v^2$ حيث v سرعة الجسم وإذا علم أن $v=0$ عندما $x=a$ فأوجد قيمة v ؟

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D+1)^2(D-1)y = \cosh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x^2 e^{2x}$

(7) $(D^2 + 4)y = 4 + \sin 2x$



أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢	رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢	الشعبة : الرياضيات والحاسب
الزمن : ساعتان		اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله.

قذفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة

المقطوعة بعد مضي زمن t . (٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافىء $4\rho = r^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين

المستويين $\frac{h}{2}, h$ (٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي : (١٨ درجة)

أ) قذفت كرة مصنفة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافىء في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق (٩ درجات)

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة. (٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي: (١٦ درجة)

أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته. (٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$. (٨ درجات)

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$ (٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي & أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

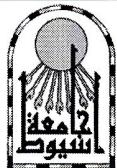
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصليّة

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $T: R^3 \rightarrow R^2$ وأوجد صورة التحويل $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ واستخدم ذلك في إيجاد $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ (٧ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦،٥ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$. (٦،٥ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين:

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)



امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني التاريخ: 29/5/2018	العام الدراسي 2018/2017 م الدرجة الكلية : 50 درجة	الفرقة : ساعات معتمدة علوم (المستوى الثاني)
الزمن: ثلاثة ساعات	رمز المقرر: ٢٤١	مسمي المقرر: إحصاء حيوي

أولاً : أجب عن سؤال واحد فقط من السؤالين التاليين: (استخدم ما يلزم من القيم الجدولية في نهاية ورقة الأسئلة)

السؤال الأول: (10 درجات)

x	-1	0	1	2
$P(x)$	1/3	1/6	1/3	1/6

(ا) إذا كان الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير X :

(i) احسب المتوسط μ_X والتباين σ_X^2 . (4 درجات)

(ii) احسب $P(0 \leq x < 2)$. (درجة واحدة)

ب) إذا كان A ، B حدثين بحيث أن $P(B^c) = \frac{5}{8}$ ، $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. احسب قيمة كلا من:

(i) $P(B)$. (درجة واحدة) (ii) $P(A|B)$. (درجتان) (iii) $P(B|A^c)$. (درجتان)

السؤال الثاني: (10 درجات)

(ا) تم تهجين نوعين من النباتات ووجد في الجيل الثاني أن من النباتات 120 أزهارها وردية اللون وسيقانها خضراء، 49 أزهارها وردية اللون وسيقانها حمراء، 39 أزهارها حمراء وسيقانها خضراء، 12 أزهارها حمراء وسيقانها حمراء. هل تطابق هذه المشاهدات النسبة النظرية 1:3:3:9؟ وذلك عند مستوى معنوية 5%. (5 درجات)

ب) إذا كان متوسط أعمار مرضى السكر 55 سنة، والانحراف المعياري لأعمارهم 20 سنة، اختيرت عينة عشوائية حجمها 36 مريضاً بالسكر. أوجد احتمال:

(i) أن يقل متوسط العمر في العينة عن 46 سنة. (درجتان)

(ii) أن يتراوح متوسط العمر في العينة بين 53 ، 57 سنة. (3 درجات)

ثانياً: أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الثالث: (10 درجات):

(ا) تدعى إحدى شركات الأدوية أن متوسط مفعول أحد الأدوية المصنعة هو أقل من 10 دقائق من اعطائها . فإذا أخذت عينة من 12 مريض وأعطوا هذا الدواء وسجل الزمن اللازم لمفعول هذا الدواء فكان كما يلي :

12.7 9 11 12.1 9.3 10.7 9.5 4.2 8.1 8.7 9.2 9.1

(i) اختبر صحة ادعاء الشركة عند مستوى معنوية 1%. (3 درجات)

(ii) كون فترة 99% ثقة لتقدير متوسط مفعول هذا الدواء. (درجتان)

ب) إذا كانت درجات الطلبة في أحد الصفوف في مادة الرياضيات تتبع توزيع طبيعي $N(49, 12)$ ، بينما كانت درجات الطلبة في نفس الصف في مدرسة أخرى بعيدة عنها تتبع توزيع طبيعي $N(36, 10)$. فإذا أخذت عينة من طلاب هذا الصف في المدرسة الأولى قدرها 30 طالباً وأخذت عينة من طلاب نفس الصف في المدرسة الثانية قدرها 20 طالباً، وكان \bar{x}_1 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الأولى و \bar{x}_2 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الثانية. احسب $P(0.3 < \bar{x}_2 - \bar{x}_1 < 0.7)$. (5 درجات)

السؤال الرابع: (10 درجات- كل فقرة 5 درجات)

(ا) مجموعتان A ، B ، تتكون كلاً منها من 100 شخص مصابين بمرض معين. أعطي مصل للمجموعة A ولم يعط للمجموعة B (التي تسمى بالمجموعة الضابطة). بخلاف ذلك فإن المجموعتين تعاملان معاً متماثلة. وقد وجد أنه في المجموعة A شفي 75 شخصاً من المرض بينما في المجموعة B شفي 65 . اختبر الفرض القائل أن المصل يساعد على الشفاء من المرض وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

اقلب الورقة باقي الأسئلة بالخلف

اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٧ معادلات تفاضلية (٢١٣ ر) - الاربعاء ٢٠١٨/٥/١٦ الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠		جامعة أسيوط - كلية العلوم قسم الرياضيات - المفرقة الثانية (طلاب الرياضيات والفيزياء والحاسب)
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = \ln x, \quad D = \frac{d}{dx}$$

الثاني: أوجد الحل العام والحل البارامטרי والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p - \sin p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x \frac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{xy}$ ثم أوجد حل خاص يحقق $y(1) = 1$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x^2 p^2 - xyp - 6y^2 = 0$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = x^4$

٤- جسم كتلته الوحدة يتحرك في خط مستقيم منجذبا نحو نقطة ثابتة على خط الحركة بقوة تساوى μx حيث x هو بعد الجسم عن النقطة الثابتة. فإذا كانت هناك قوة مقاومة لحركة الجسم مقدارها

$k v^2$ حيث v سرعة الجسم وإذا علم أن $v=0$ عندما $x=a$ فأوجد قيمة v ؟

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D+1)^2(D-1)y = \cosh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x^2 e^{2x}$

(7) $(D^2 + 4)y = 4 + \sin 2x$

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٧-٢٠١٨ء
محلاته تفاضلية (٢٤) - المسمى
٢٠١٨/٥/١٩
ال الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠



جامعة اسيوط - كلية العلوم
قسم الرياضيات - الفرقه الثانية
(طلاب تغير الرياضيات)

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢	رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢	الشعبة : الرياضيات والحاسب
الزمن : ساعتان		اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله.

قذفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة

المقطوعة بعد مضي زمن t . (٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافىء $4\rho = r^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين

المستويين $\frac{h}{2}, h$ (٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي : (١٨ درجة)

أ) قذفت كرة مصنفة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافىء في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق (٩ درجات)

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة. (٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي: (١٦ درجة)

أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته. (٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$. (٨ درجات)

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$ (٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي & أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

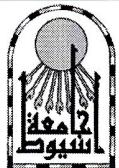
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصليّة

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ (٧ درجات)

$T: R^3 \rightarrow R^2$ أوجد صورة التحويل $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ واستخدم ذلك في إيجاد (٦ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$. (٦ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين :

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

ب) يعطى الجدول التالي 9 قياسات لكلاً من المتغيرين X ، Y . استخدم مبدأ المربعات الصغرى لإيجاد أفضل قيم للثوابت a, b, c لتوفيق معادلة انحدار على الصورة $y = a + bx + cx^2$. ثم احسب قيمة y عندما $x = 10$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	10.5	10	8	7	8	7.5	8.5	9

السؤال الخامس: (10 درجات)

(ا) زرعت بذور من الذرة في قطع متساوية المساحة في مزرعة واحدة ، وعولجت كل قطعة بنوع مختلف من السماد، وحصلنا على النتائج التالية لكمية المحصول:

المعالجات	المشاهدات(كمية المحصول)			
A السماد	49	50	48	50
B السماد	49	46	49	48
C السماد	49	48	52	50

هل يوجد اختلاف في متوسطات الإنتاج نتيجة اختلاف نوع السماد عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$. (7 درجات)

ب) إذا كان عمر الصمامات الإلكترونية المستخدمة في أجهزة التليفزيون تخضع للتوزيع الطبيعي بانحراف معياري مقداره 50 ساعة ، فإذا أخذنا 25 صماما عشوائيا ، فما احتمال أن يكون الانحراف المعياري لعمرها بين 40 ، 60 ساعة . (3 درجات) .

السؤال السادس: (10 درجات)

يمثل الجدول التالي كمية الزيادة في وزن نوع معين من العجلول ، حيث أعطيت هذه العجلول ثلاثة أنواع من العلف وكانت النتائج كما يلي:

C	B	A	نوع العلف	
			زيادة الوزن	
8	15	7		10 - 20
12	23	11		20 - 30
27	38	13		30 - 40
9	10	7		أكثر من 40

. اختبر إن كانت زيادة الوزن تعتمد على نوع العلف عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

استخدم ما يلزم من القيم الجدولية التالية:

$$P(0 < z < 0.6) = 0.2258, \quad P(0 < z < 0.7) = 0.258, \quad P(0 < z < 0.92) = 0.3212,$$

$$P(0 < z < 2.7) = 0.4965, \quad Z_{0.95} = 1.65, \quad Z_{0.975} = 1.96, \quad t_{(11, 0.995)} = 3.11$$

$$P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 15.36\right) = 0.05, \quad P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 34.56\right) = 0.95, \quad t_{(11, 0.99)} = 2.72$$

$$\chi^2_{[0.95, 6]} = 12.59, \quad \chi^2_{[0.95, 3]} \approx 7.81, \quad F_{[2, 9, 0.95]} = 4.26$$

انتهى مع تمنياتي بالتفوق،

د/صابرین جاد



التاريخ: 29/5/2018

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني
الدرجة الكلية : 50 درجة

العام الدراسي 2017/2018 م

الفرقة : ساعات معتمدة علوم (المستوى الثاني)

الزمن: ثلاثة ساعات

رمز المقرر: ٢٤١

مسمي المقرر: إحصاء حيوي

أولاً : أجب عن سؤال واحد فقط من السؤالين التاليين: (استخدم ما يلزم من القيم الجدولية في نهاية ورقة الأسئلة)
السؤال الأول: (10 درجات)

x	-1	0	1	2
$P(x)$	1/3	1/6	1/3	1/6

(ا) إذا كان الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير X :(i) احسب المتوسط μ_X والتباين σ_X^2 . (4 درجات)(ii) احسب $P(0 \leq x < 2)$. (درجة واحدة)ب) إذا كان A ، B حددين بحيث أن $P(B^c) = \frac{5}{8}$ ، $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. احسب قيمة كلا من:
(i) $P(B)$. (درجة واحدة) (ii) $P(A|B)$. (درجتان) (iii) $P(B|A^c)$. (درجتان)السؤال الثاني: (10 درجات)

(ا) تم تهجين نوعين من النباتات ووجد في الجيل الثاني أن من النباتات 120 أزهارها وردية اللون وسيقانها خضراء، 49 أزهارها وردية اللون وسيقانها حمراء، 39 أزهارها حمراء وسيقانها خضراء، 12 أزهارها حمراء وسيقانها حمراء. هل تطابق هذه المشاهدات النسبة النظرية 1:3:3:9؟ وذلك عند مستوى معنوية 5%. (5 درجات)

ب) إذا كان متوسط أعمار مرضى السكر 55 سنة، والانحراف المعياري لأعمارهم 20 سنة، اختيرت عينة عشوائية حجمها 36 مريضاً بالسكر. أوجد احتمال:

(i) أن يقل متوسط العمر في العينة عن 46 سنة. (درجتان)

(ii) أن يتراوح متوسط العمر في العينة بين 53 ، 57 سنة. (3 درجات)

ثانياً: أجب عن جميع الأسئلة التالية:السؤال الثالث: (10 درجات):

(ا) تدعى إحدى شركات الأدوية أن متوسط مفعول أحد الأدوية المصنعة هو أقل من 10 دقائق من اعطائها. فإذا أخذت عينة من 12 مريض وأعطوا هذا الدواء وسجل الزمن اللازم لمفعول هذا الدواء فكان كما يلي :

12.7 9 11 12.1 9.3 10.7 9.5 4.2 8.1 8.7 9.2 9.1

(i) اختبر صحة ادعاء الشركة عند مستوى معنوية 1%. (3 درجات)

(ii) كون فترة 99% ثقة لتقدير متوسط مفعول هذا الدواء. (درجتان)

ب) إذا كانت درجات الطلبة في أحد الصفوف في مادة الرياضيات تتبع توزيع طبيعي $N(49, 12)$ ، بينما كانت درجات الطلبة في نفس الصف في مدرسة أخرى بعيدة عنها تتبع توزيع طبيعي $N(36, 10)$. فإذا أخذت عينة من طلاب هذا الصف في المدرسة الأولى قدرها 30 طالباً وأخذت عينة من طلاب نفس الصف في المدرسة الثانية قدرها 20 طالباً، وكان \bar{x}_1 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الأولى و \bar{x}_2 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الثانية. احسب $P(0.3 < \bar{x}_2 - \bar{x}_1 < 0.7)$. (5 درجات)السؤال الرابع: (10 درجات- كل فقرة 5 درجات)(ا) مجموعتان A ، B ، تتكون كلاً منها من 100 شخص مصابين بمرض معين. أعطي مصل للمجموعة A ولم يعط للمجموعة B (التي تسمى بالمجموعة الضابطة). بخلاف ذلك فإن المجموعتين تعاملان معاً متماثلة. وقد وجد أنه في المجموعة A شفي 75 شخصاً من المرض بينما في المجموعة B شفي 65 . اختبر الفرض القائل أن المصل يساعد على الشفاء من المرض وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.اقلب الورقة باقي الأسئلة بالخلف

اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٧ معادلات تفاضلية (٢١٣ ر) - الاربعاء ٢٠١٨/٥/١٦ الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠		جامعة أسيوط - كلية العلوم قسم الرياضيات - المفرقة الثانية (طلاب الرياضيات والفيزياء والحاسب)
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = \ln x, \quad D = \frac{d}{dx}$$

الثاني: أوجد الحل العام والحل البارامטרי والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p - \sin p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x \frac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{xy}$ ثم أوجد حل خاص يحقق $y(1) = 1$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x^2 p^2 - xyp - 6y^2 = 0$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = x^4$

٤- جسم كتلته الوحدة يتحرك في خط مستقيم منجذبا نحو نقطة ثابتة على خط الحركة بقوة تساوى μx حيث x هو بعد الجسم عن النقطة الثابتة. فإذا كانت هناك قوة مقاومة لحركة الجسم مقدارها

$k v^2$ حيث v سرعة الجسم وإذا علم أن $v=0$ عندما $x=a$ فأوجد قيمة v ؟

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D+1)^2(D-1)y = \cosh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x^2 e^{2x}$

(7) $(D^2 + 4)y = 4 + \sin 2x$



أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢		الشعبة : الرياضيات والحاسب

الزمن : ساعتان

رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢

اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية
الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

(١٦ درجة)

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله. قدفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة المقطوعة بعد مضي زمن t .

(١٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافىء $4\rho = g^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين المستويين $h, \frac{h}{2}$

(١٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي :
أ) قدفت كرة مصنعة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافىء في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة.

(٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي:
أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته.

(٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$.

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$

(٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

& أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي

أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

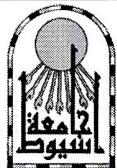
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصلية

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $T: R^3 \rightarrow R^2$ وأوجد صورة التحويل $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ واستخدم ذلك في إيجاد $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ (٧ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦،٥ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦،٥ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين:

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

Answer the following questions: (50 Marks)

Question 1: Answer the following (10 Marks)

1- Consider the following linked list:



- Write the code that define the node of the linked list?
- Declare the required variables?
- Write the statements required to create a new node with info 50 and insert it after p?
- What is a dangling node? Give an example?
- Write the statements required to delete the node with info 34?

2- Define a doubly linked list? Support your answer with a diagram?

3- Define a circular linked list? Support your answer with a diagram?

Question 2: Answer the following (10 Marks)

1- Build a linked list forward containing the elements 2, 15, 8.

2- Build a linked list backward containing the elements 2, 15, 8.

Question 3: Answer the following (10 Marks)

From your understanding of the stack data structure:

Define a class, namely, **stackType** with the member function, namely, **push** (to add new Item to the stack).

Implement the stack as an array.

- Consider the required member variables in the definition of the class **stackType**.
- Consider the constructor and the destructor in the definition of the class **stackType**.
- Write the definitions of the constructor and the destructor.
- Write the definition of the member function **push**.

Question 4: Answer the following (10 Marks)

From your understanding of the queue data structure:

Define a class, namely, **queueType** with the member function, namely, **addQueue** (to add queue Element to the queue).

Implement the queue as an array.

- Consider the required member variables in the definition of the class **queueType**.
- Consider the constructor and the destructor in the definition of the class **queueType**.
- Write the definitions of the constructor and the destructor.
- Write the definition of the member function **addQueue**.

ب) يعطى الجدول التالي 9 قياسات لكلاً من المتغيرين X ، Y . استخدم مبدأ المربعات الصغرى لإيجاد أفضل قيم للثوابت a, b, c لتوفيق معادلة انحدار على الصورة $y = a + bx + cx^2$. ثم احسب قيمة y عندما $x = 10$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	10.5	10	8	7	8	7.5	8.5	9

السؤال الخامس: (10 درجات)

(ا) زرعت بذور من الذرة في قطع متساوية المساحة في مزرعة واحدة ، وعولجت كل قطعة بنوع مختلف من السماد، وحصلنا على النتائج التالية لكمية المحصول:

المعالجات	المشاهدات(كمية المحصول)			
A السماد	49	50	48	50
B السماد	49	46	49	48
C السماد	49	48	52	50

هل يوجد اختلاف في متوسطات الإنتاج نتيجة اختلاف نوع السماد عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$. (7 درجات)

ب) إذا كان عمر الصمامات الإلكترونية المستخدمة في أجهزة التليفزيون تخضع للتوزيع الطبيعي بانحراف معياري مقداره 50 ساعة ، فإذا أخذنا 25 صماما عشوائيا ، فما احتمال أن يكون الانحراف المعياري لعمرها بين 40 ، 60 ساعة . (3 درجات) .

السؤال السادس: (10 درجات)

يمثل الجدول التالي كمية الزيادة في وزن نوع معين من العجلو ، حيث أعطيت هذه العجلو ثلاثة أنواع من العلف وكانت النتائج كما يلي:

C	B	A	نوع العلف	
			زيادة الوزن	
8	15	7		10 - 20
12	23	11		20 - 30
27	38	13		30 - 40
9	10	7		أكثر من 40

. اختبر إن كانت زيادة الوزن تعتمد على نوع العلف عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

استخدم ما يلزم من القيم الجدولية التالية:

$$P(0 < z < 0.6) = 0.2258, \quad P(0 < z < 0.7) = 0.258, \quad P(0 < z < 0.92) = 0.3212,$$

$$P(0 < z < 2.7) = 0.4965, \quad Z_{0.95} = 1.65, \quad Z_{0.975} = 1.96, \quad t_{(11, 0.995)} = 3.11$$

$$P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 15.36\right) = 0.05, \quad P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 34.56\right) = 0.95, \quad t_{(11, 0.99)} = 2.72$$

$$\chi^2_{[0.95, 6]} = 12.59, \quad \chi^2_{[0.95, 3]} \approx 7.81, \quad F_{[2, 9, 0.95]} = 4.26$$

انتهى مع تمنياتي بالتفوق،

د/صابرین جاد



العام الدراسي 2018/2017 م	امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني
الفرقة : ساعات معتمدة علوم (المستوى الثاني)	الدرجة الكلية : 50 درجة
مسمي المقرر: احصاء حيوي	رمز المقرر: ٢٤١ رأرا

أولاً : أجب عن سؤال واحد فقط من السؤالين التاليين: (استخدم مايلزم من القيم الجدولية في نهاية ورقة الأسئلة)

السؤال الأول: (10 درجات)

x	-1	0	1	2
$P(x)$	1/3	1/6	1/3	1/6

(ا) إذا كان الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير X :

(i) احسب المتوسط μ_X والتباين σ_X^2 . (4 درجات)

(ii) احسب $P(0 \leq x < 2)$. (درجة واحدة)

ب) إذا كان A ، B حدثين بحيث أن $P(B^c) = \frac{5}{8}$ ، $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. احسب قيمة كلا من:

(i) $P(B)$. (درجة واحدة) (ii) $P(A|B)$. (درجتان) (iii) $P(B|A^c)$. (درجتان)

السؤال الثاني: (10 درجات)

(ا) تم تهجين نوعين من النباتات ووجد في الجيل الثاني أن من النباتات 120 أزهارها وردية اللون وسيقانها خضراء، 49 أزهارها وردية اللون وسيقانها حمراء، 39 أزهارها حمراء وسيقانها خضراء، 12 أزهارها حمراء وسيقانها حمراء. هل تطابق هذه المشاهدات النسبة النظرية 1:3:3:9؟ وذلك عند مستوى معنوية 5%. (5 درجات)

ب) إذا كان متوسط أعمار مرضى السكر 55 سنة، والانحراف المعياري لأعمارهم 20 سنة، اختيرت عينة عشوائية حجمها 36 مريضاً بالسكر. أوجد احتمال:

(i) أن يقل متوسط العمر في العينة عن 46 سنة. (درجتان)

(ii) أن يتراوح متوسط العمر في العينة بين 53 ، 57 سنة. (3 درجات)

ثانياً: أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الثالث: (10 درجات):

(ا) تدعى إحدى شركات الأدوية أن متوسط مفعول أحد الأدوية المصنعة هو أقل من 10 دقائق من اعطائها . فإذا أخذت عينة من 12 مريض وأعطوا هذا الدواء وسجل الزمن اللازم لمفعول هذا الدواء فكان كما يلي :

12.7 9 11 12.1 9.3 10.7 9.5 4.2 8.1 8.7 9.2 9.1

(i) اختبر صحة ادعاء الشركة عند مستوى معنوية 1%. (3 درجات)

(ii) كون فترة 99% ثقة لتقدير متوسط مفعول هذا الدواء. (درجتان)

ب) إذا كانت درجات الطلبة في أحد الصفوف في مادة الرياضيات تتبع توزيع طبيعي $N(49, 12)$ ، بينما كانت درجات الطلبة في نفس الصف في مدرسة أخرى بعيدة عنها تتبع توزيع طبيعي $N(36, 10)$. فإذا أخذت عينة من طلاب هذا الصف في المدرسة الأولى قدرها 30 طالباً وأخذت عينة من طلاب نفس الصف في المدرسة الثانية قدرها 20 طالباً، وكان \bar{x}_1 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الأولى و \bar{x}_2 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الثانية. احسب $P(0.3 < \bar{x}_2 - \bar{x}_1 < 0.7)$. (5 درجات)

السؤال الرابع: (10 درجات- كل فقرة 5 درجات)

(ا) مجموعتان A ، B ، تتكون كلاً منها من 100 شخص مصابين بمرض معين. أعطي مصل للمجموعة A ولم يعط للمجموعة B (التي تسمى بالمجموعة الضابطة). بخلاف ذلك فإن المجموعتين تعاملان معاً متسائلاً. وقد وجد أنه في المجموعة A شفي 75 شخصاً من المرض بينما في المجموعة B شفي 65 . اختبر الفرض القائل أن المصل يساعد على الشفاء من المرض وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

اقلب الورقة باقي الأسئلة بالخلف

اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٧ معادلات تفاضلية (٢١٣ ر) - الاربعاء ٢٠١٨/٥/١٦ الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠		جامعة أسيوط - كلية العلوم قسم الرياضيات - المفرقة الثانية (طلاب الرياضيات والفيزياء والحاسب)
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = \ln x, \quad D = \frac{d}{dx}$$

الثاني: أوجد الحل العام والحل البارامטרי والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p - \sin p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x \frac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{xy}$ ثم أوجد حل خاص يحقق $y(1) = 1$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x^2 p^2 - xyp - 6y^2 = 0$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = x^4$

٤- جسم كتلته الوحدة يتحرك في خط مستقيم منجذبا نحو نقطة ثابتة على خط الحركة بقوة تساوى μx حيث x هو بعد الجسم عن النقطة الثابتة. فإذا كانت هناك قوة مقاومة لحركة الجسم مقدارها

$k v^2$ حيث v سرعة الجسم وإذا علم أن $v=0$ عندما $x=a$ فأوجد قيمة v ؟

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D+1)^2(D-1)y = \cosh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x^2 e^{2x}$

(7) $(D^2 + 4)y = 4 + \sin 2x$

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٧-٢٠١٨ء
محلاته تفاضلية (٢٤) - المسمى
٢٠١٨/٥/١٩
ال الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠



جامعة اسيوط - كلية العلوم
قسم الرياضيات - الفرقه الثانية
(طلاب تغير الرياضيات)

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢		الشعبة : الرياضيات والحاسب

الزمن : ساعتان

رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢

اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية
الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

(١٦ درجة)

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله. قدفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة المقطوعة بعد مضي زمن t .

(١٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافىء $4\rho = g^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين المستويين $\frac{h}{2}, h$

(١٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي :
أ) قدفت كرة مصنعة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافىء في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة.

(٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي:
أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته.

(٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$.

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$

(٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

& أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي

أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

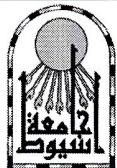
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصلية

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ (٧ درجات)

$T: R^3 \rightarrow R^2$ أوجد صورة التحويل $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ واستخدم ذلك في إيجاد (٦ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين:

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $S = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)

Question 5: Answer the following (10 Marks)

- 1- Define the binary tree, T?
 - 2- Write the **struct** called **binaryTreeNode** that defines a node of a binary tree?
 - 3- Define a leaf in a binary tree? Define the length of a path in a binary tree?
 - 4- Define the level of a node in a binary tree? Define the height of a binary tree?
 - 5- Define a binary search tree?
-

Dr. Tarik Ibrahim

Answer the following questions: (50 Marks)

Question 1: Answer the following (10 Marks)

1- Consider the following linked list:



- Write the code that define the node of the linked list?
- Declare the required variables?
- Write the statements required to create a new node with info 50 and insert it after p?
- What is a dangling node? Give an example?
- Write the statements required to delete the node with info 34?

2- Define a doubly linked list? Support your answer with a diagram?

3- Define a circular linked list? Support your answer with a diagram?

Question 2: Answer the following (10 Marks)

1- Build a linked list forward containing the elements 2, 15, 8.

2- Build a linked list backward containing the elements 2, 15, 8.

Question 3: Answer the following (10 Marks)

From your understanding of the stack data structure:

Define a class, namely, **stackType** with the member function, namely, **push** (to add new Item to the stack).

Implement the stack as an array.

- Consider the required member variables in the definition of the class **stackType**.
- Consider the constructor and the destructor in the definition of the class **stackType**.
- Write the definitions of the constructor and the destructor.
- Write the definition of the member function **push**.

Question 4: Answer the following (10 Marks)

From your understanding of the queue data structure:

Define a class, namely, **queueType** with the member function, namely, **addQueue** (to add queue Element to the queue).

Implement the queue as an array.

- Consider the required member variables in the definition of the class **queueType**.
- Consider the constructor and the destructor in the definition of the class **queueType**.
- Write the definitions of the constructor and the destructor.
- Write the definition of the member function **addQueue**.

ب) يعطى الجدول التالي 9 قياسات لكلاً من المتغيرين X ، Y . استخدم مبدأ المربعات الصغرى لإيجاد أفضل قيم للثوابت a, b, c لتوفيق معادلة انحدار على الصورة $y = a + bx + cx^2$. ثم احسب قيمة y عندما $x = 10$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12	10.5	10	8	7	8	7.5	8.5	9

السؤال الخامس: (10 درجات)

(ا) زرعت بذور من الذرة في قطع متساوية المساحة في مزرعة واحدة ، وعولجت كل قطعة بنوع مختلف من السماد، وحصلنا على النتائج التالية لكمية المحصول:

المعالجات	المشاهدات(كمية المحصول)			
A السماد	49	50	48	50
B السماد	49	46	49	48
C السماد	49	48	52	50

هل يوجد اختلاف في متوسطات الإنتاج نتيجة اختلاف نوع السماد عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$. (7 درجات)

ب) إذا كان عمر الصمامات الإلكترونية المستخدمة في أجهزة التليفزيون تخضع للتوزيع الطبيعي بانحراف معياري مقداره 50 ساعة ، فإذا أخذنا 25 صماما عشوائيا ، فما احتمال أن يكون الانحراف المعياري لعمرها بين 40 ، 60 ساعة . (3 درجات) .

السؤال السادس: (10 درجات)

يمثل الجدول التالي كمية الزيادة في وزن نوع معين من العجلو ، حيث أعطيت هذه العجلو ثلاثة أنواع من العلف وكانت النتائج كما يلي:

C	B	A	نوع العلف	
			زيادة الوزن	
8	15	7		10 - 20
12	23	11		20 - 30
27	38	13		30 - 40
9	10	7		أكثر من 40

. اختبر إن كانت زيادة الوزن تعتمد على نوع العلف عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

استخدم ما يلزم من القيم الجدولية التالية:

$$P(0 < z < 0.6) = 0.2258, \quad P(0 < z < 0.7) = 0.258, \quad P(0 < z < 0.92) = 0.3212,$$

$$P(0 < z < 2.7) = 0.4965, \quad Z_{0.95} = 1.65, \quad Z_{0.975} = 1.96, \quad t_{(11, 0.995)} = 3.11$$

$$P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 15.36\right) = 0.05, \quad P\left(0 < \chi^2_{(24)} < 34.56\right) = 0.95, \quad t_{(11, 0.99)} = 2.72$$

$$\chi^2_{[0.95, 6]} = 12.59, \quad \chi^2_{[0.95, 3]} \approx 7.81, \quad F_{[2, 9, 0.95]} = 4.26$$

انتهى مع تمنياتي بالتفوق ،

د/صابرین جاد



امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني التاريخ: 29/5/2018	العام الدراسي 2018/2017 م الدرجة الكلية : 50 درجة	الفرقة : ساعات معتمدة علوم (المستوى الثاني)
الزمن: ثلاثة ساعات	رمز المقرر: ٢٤١	مسمي المقرر: إحصاء حيوي

أولاً : أجب عن سؤال واحد فقط من السؤالين التاليين: (استخدم مايلزم من القيم الجدولية في نهاية ورقة الأسئلة)

السؤال الأول: (10 درجات)

x	-1	0	1	2
$P(x)$	1/3	1/6	1/3	1/6

(ا) إذا كان الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير X :

(i) احسب المتوسط μ_X والتباين σ_X^2 . (4 درجات)

(ii) احسب $P(0 \leq x < 2)$. (درجة واحدة)

ب) إذا كان A ، B حدثين بحيث أن $P(B^c) = \frac{5}{8}$ ، $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. احسب قيمة كلا من:

(i) $P(B)$. (درجة واحدة) (ii) $P(A|B)$. (درجتان) (iii) $P(B|A^c)$. (درجتان)

السؤال الثاني: (10 درجات)

(ا) تم تهجين نوعين من النباتات ووُجد في الجيل الثاني أن من النباتات 120 أزهارها وردية اللون وسيقانها خضراء، 49 أزهارها وردية اللون وسيقانها حمراء، 39 أزهارها حمراء وسيقانها خضراء، 12 أزهارها حمراء وسيقانها حمراء. هل تطابق هذه المشاهدات النسبة النظرية 1:3:3:9؟ وذلك عند مستوى معنوية 5%. (5 درجات)

ب) إذا كان متوسط أعمار مرضى السكر 55 سنة، والانحراف المعياري لأعمارهم 20 سنة، اختيرت عينة عشوائية حجمها 36 مريضاً بالسكر. أوجد احتمال:

(i) أن يقل متوسط العمر في العينة عن 46 سنة. (درجتان)

(ii) أن يتراوح متوسط العمر في العينة بين 53 ، 57 سنة. (3 درجات)

ثانياً: أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الثالث: (10 درجات):

(ا) تدعى إحدى شركات الأدوية أن متوسط مفعول أحد الأدوية المصنعة هو أقل من 10 دقائق من اعطائها . فإذا أخذت عينة من 12 مريض وأعطوا هذا الدواء وسجل الزمن اللازم لمفعول هذا الدواء فكان كما يلي :

12.7 9 11 12.1 9.3 10.7 9.5 4.2 8.1 8.7 9.2 9.1

(i) اختبر صحة ادعاء الشركة عند مستوى معنوية 1%. (3 درجات)

(ii) كون فترة 99% ثقة لتقدير متوسط مفعول هذا الدواء. (درجتان)

ب) إذا كانت درجات الطلبة في أحد الصفوف في مادة الرياضيات تتبع توزيع طبيعي $N(49, 12)$ ، بينما كانت درجات الطلبة في نفس الصف في مدرسة أخرى بعيدة عنها تتبع توزيع طبيعي $N(36, 10)$. فإذا أخذت عينة من طلاب هذا الصف في المدرسة الأولى قدرها 30 طالباً وأخذت عينة من طلاب نفس الصف في المدرسة الثانية قدرها 20 طالباً، وكان \bar{x}_1 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الأولى و \bar{x}_2 يرمز لمتوسط عينة المدرسة الثانية. احسب $P(0.3 < \bar{x}_2 - \bar{x}_1 < 0.7)$. (5 درجات)

السؤال الرابع: (10 درجات- كل فقرة 5 درجات)

(ا) مجموعتان A ، B ، تتكون كلاً منها من 100 شخص مصابين بمرض معين. أعطي مصل للمجموعة A ولم يعط للمجموعة B (التي تسمى بالمجموعة الضابطة). بخلاف ذلك فإن المجموعتين تعاملان معاً متسائلاً. وقد وجد أنه في المجموعة A شفي 75 شخصاً من المرض بينما في المجموعة B شفي 65 . اختبر الفرض القائل أن المصل يساعد على الشفاء من المرض وذلك عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.

اقلب الورقة باقي الأسئلة بالخلف

اختبار نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٧ معادلات تفاضلية (٢١٣ ر) - الاربعاء ٢٠١٨/٥/١٦ الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠		جامعة أسيوط - كلية العلوم قسم الرياضيات - المفرقة الثانية (طلاب الرياضيات والفيزياء والحاسب)
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = \ln x, \quad D = \frac{d}{dx}$$

الثاني: أوجد الحل العام والحل البارامטרי والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p - \sin p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x \frac{dy}{dx} + y = 2\sqrt{xy}$ ثم أوجد حل خاص يحقق $y(1) = 1$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $x^2 p^2 - xyp - 6y^2 = 0$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $x \frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} = x^4$

٤- جسم كتلته الوحدة يتحرك في خط مستقيم منجذبا نحو نقطة ثابتة على خط الحركة بقوة تساوى μx حيث x هو بعد الجسم عن النقطة الثابتة. فإذا كانت هناك قوة مقاومة لحركة الجسم مقدارها

$k v^2$ حيث v سرعة الجسم وإذا علم أن $v=0$ عندما $x=a$ فأوجد قيمة v ؟

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D+1)^2(D-1)y = \cosh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x^2 e^{2x}$

(7) $(D^2 + 4)y = 4 + \sin 2x$

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٧-٢٠١٨ء
محلاته تفاضلية (٢٤) - المسمى
٢٠١٨/٥/١٩
ال الزمن : ساعتان - الدرجة ٥٠



جامعة اسيوط - كلية العلوم
قسم الرياضيات - الفرقه الثانية
(طلاب تغير الرياضيات)

أوجد حل السؤالين الآتيين: (٧ درجات لكل سؤال)

الأول: يتناسب معدل نمو البكتيريا في مزرعة جرثومية مع عدد العناصر الموجودة بها. وبعد ساعة واحدة كان للبكتيريا 1000 سلالة وبعد أربع ساعات أصبحت 3000 سلالة. أوجد تعبيراً عن عدد السلالات الموجودة تقريباً من اللحظة t ثم أوجد عدد السلالات التقريبي الموجود أصلاً؟

الثاني: أوجد الحل العام والحل الباراميترى والحل الشاذ (إن وجد) للمعادلة التفاضلية:

$$y = x p + \cos p, \quad p = \frac{dy}{dx}$$

أجب عن ستة فقط مما يأتي: (٦ درجات لكل فقرة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x^2} y^3$

٢- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية: $y + xp^2 = p(xy + 1)$

٣- باستخدام تخفيف الرتبة حل المعادلة التفاضلية: $2x \left(\frac{dy}{dx} \right) \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 1$

٤- أوجد الحل العام لمعادلة كوشي التفاضلية: $(x^3 D^3 + 3x^2 D^2 - 2xD + 2)y = 2 \ln x$

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية:

(5) $(D - 1)^2(D + 1)y = \sinh x$

(6) $(D^2 - 6D + 8)y = 16x e^{2x}$

(7) $(D^2 + 9)y = 3 + \cos 3x$

قسم الرياضيات		كلية العلوم
امتحان نهائي للفصل الدراسي الثاني		الفرقة : المستوى الثاني
التاريخ : ٢٠١٨-٥-١٢	رقم المقرر ورمزه : ٢٣٢	الشعبة : الرياضيات والحاسب
الزمن : ساعتان		اسم المقرر: ميكانيكا تحليلية الدرجة الكلية : ٥٠ درجة

أجب عن الأسئلة الآتية :
السؤال الأول: أجب عن فقرة واحدة فقط :

أ)- أنبوبة رفيعة مستقيمة تمثل دائماً بزاوية α على الرأسى وتدور بسرعة زاوية مقدارها ω حوله.

قذفت كتلة داخل الأنبوبة بسرعة مقدارها $\frac{g}{\cot \alpha}$ من نقطة تقاطعها مع محور الدوران. أوجد المسافة

المقطوعة بعد مضي زمن t . (٦ درجة)

ب)- قذف جسيم أفقياً بسرعة مقدارها V_0 ليتحرك داخل السطح الأملس الدوراني المتولد من دوران القطع المكافى $4\rho = r^2$ حول المحور الرأسى OZ . أوجد سرعة القذف V_0 التي تجعل الجسيم يتحرك بين

المستويين $\frac{h}{2}, h$ (٦ درجة)

السؤال الثاني أجب عنما يأتي : (١٨ درجة)

أ) قذفت كرة مصنفة منتظمة الكثافة على مستوى مائل خشن بسرعة V_0 في اتجاه أفقي. أثبت أن مركز الكرة يتحرك على قطع مكافى في الفراغ علماً بأن الكرة تتدحرج بدون انزلاق (٩ درجات)

ب) أوجد معادلات لاجرانج وهاملتون وراوثر لجسم كتلته m يتحرك كحركة المقذوفات تحت تأثير وزنه فقط في وسط غير مقاوم وذلك باتخاذ الإحداثيات الكارتيزية (x, y) كإحداثيات معممة. (٩ درجات)

السؤال الثالث: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي: (١٦ درجة)

أ) اذكر مبدأ هاملتون لأقل فعل مع البرهان وطبق هذا المبدأ على حركة البندول البسيط لإيجاد معادلة حركته. (٨ درجات)

ب) أثبت بطريقة واحدة فقط أن التحويل الآتي هو تحويل قانوني

$$Q = \tan^{-1} \left(\frac{\alpha q}{p} \right), \quad P = \frac{\alpha q^2}{2} \left(1 + \frac{p^2}{\alpha^2 q^2} \right)$$

حيث α مقدار ثابت. أوجد أيضاً الدوال المولدة لهذا التحويل $G_1(q, Q), G_3(p, Q)$. (٨ درجات)

ج) يتحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم حيث دالة هاملتون له هي

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \mu(h - q)$$

حيث q هو الإحداثي المعمم، p كمية الحركة المعممة المرافق، h, μ ثوابت. استخدم طريقة هاملتون جاكوبى لإيجاد p, q كدوال في الزمن t علماً بأن $t = 0$ عند $p = q = 0$ (٨ درجات)

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا التوفيق

أ.د. محمود السيد سلامه البغدادي & أ.د. محمد أحمد منصور

(٥) درجة لكل سؤال

أجب عن الأسئلة الآتية:

١- (أ) عرف تقسيم فضاء العينة، وإذا كان B_k, B_1, B_2, \dots تمثل تقسيماً لفضاء العينة S ، وكان A أحد الحوادث فبرهن أن:

$$(i) P(A) = \sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j), \quad (ii) P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{j=1}^k P(A|B_j)P(B_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

(ب) إذا كان لدينا صندوقين الأول يحتوى على 25 جهازاً منها خمسة تالفه، والثاني به 20 جهازاً منها ستة أجهزة تالفه، وكانت التجربة هي اختيار صندوق منهما، ثم سحب جهاز من هذا الصندوق، فأوجد :

(i)- احتمال أن يكون الجهاز المسحوب تالف ،

(ii)- وإذا كان الجهاز المسحوب تالف ، فما احتمال أن يكون من الصندوق الثاني .

٢- (أ) أوجد دالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين بالبارامترات p, n ، ومنها أوجد القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

(ب) أوجد القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الهندسي بالبارامتر p ، ثم بين لماذا يقال أن هذا التوزيع ليس له ذاكرة؟

٣- (أ) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بالبارامترات σ^2, μ ، فبرهن أن العزم الرائي المركزي يعطى بالصورة:

$$\mu_r = \begin{cases} 1.3.5\dots(r-3)(r-1)\sigma^r, & r \text{ even}, \\ 0, & r \text{ odd}. \end{cases}$$

ومنها احسب قيمة معامل التفرطح لهذا التوزيع.

(ب) إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بالبارامتر n ، فبرهن أن العزم الرائي المطلق يعطى بالصورة:

$$\alpha_r = n(n+2)(n+4)\dots(n+2r-2), \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

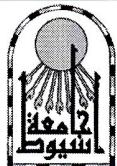
ومنها احسب القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع.

٤- (أ) برهن أن: $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(ب) متغير عشوائي ثانٍ له دالة الكثافة الاحتمالية المفصليّة

$$f(x, y) = \frac{3}{10}(x^2 + y^2), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

بين ما إذا كان المتغيرين العشوائين Y, X مستقلين أم لا؟، ثم أوجد معامل الارتباط بينهما.



أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي : (١٢،٥ درجة كل سؤال)

(١-أ) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ أساس عياري متعامد في فضاء ضرب داخلي V وكان $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ متجه من V فثبت أن $u = \langle u, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle u, v_n \rangle v_n$ (٥ درجات)

(ب) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3\}$ أساس للفضاء R^3 حيث $T: R^3 \rightarrow R^2$ وأوجد صورة التحويل $v_1 = (2,4,6), v_2 = (4,10,6), v_3 = (2,0,0)$ واستخدم ذلك في إيجاد $T(v_1) = (2,0), T(v_2) = (2,0), T(v_3) = (0,2)$ (٧ درجات)

(٢-أ) نفرض أن R^3 له الضرب الداخلي الإقليدي استخدم عملية جرام - شميدت لتحويل الأساس $u_1 = (1,1,1), u_2 = (0,1,1), u_3 = (0,0,1)$ إلى أساس عياري متعامد . (٦،٥ درجات)

(ب) أوجد القيم الذاتية وأساسات الفضاءات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (٦ درجات)

(٣-أ) بفرض أن $T: P_1 \rightarrow P_2$ هو التحويل الخطى المعرف كالتالى: (٧،٥ درجات)

(i) أوجد مصفوفة الانتقال P من S إلى S' حيث $S = \{1, x\}, S' = \{1, x, x^2\}$

(ii) أحسب مصفوفة الإحداثيات $[v]_{S'} = P[v]_S$ حيث $v = -8 + 2x$ واستخدم المعادلة لحساب $[v]_S$

(ب) بين أن المجموعة $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد الفضاء $v_1 = (2,1,3), v_2 = (1,0,1), v_3 = (1,1,2)$ حيث (٥ درجات)

(٤-أ) نفرض أن $W \rightarrow V \rightarrow T: P_2 \rightarrow P_3$ تحويل خطياً فعرف مدي التحويل $R(T)$ وأثبت أنه فضاءً جزئياً من W . بفرض أن $T(p(x)) = xp(x)$ هل المتجه $x + x^2$ يكون في $R(T)$ (٦،٥ درجات)

(ب) اذكر فقط متباعدة كوشي - شوارتز. نفرض أن $p(x), q(x)$ كثيرتي حدود من $P_n(x)$ وأن

(٦ درجات) فثبت أن $\langle p, q \rangle = \int_a^b p(x)q(x) dx$

(٥ درجات) (٥-أ) أوجد الأساس والبعد لفضاء الحل للنظام الخطى المتباين :

$$4x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0, \quad -x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - x_5 = 0, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

(ب) هل الدالة $F(x, y) = (2x + 4y, x - 2y)$ حيث $F: R^2 \rightarrow R^2$ تحويل خطياً؟ (٤ درجات)

(ج) نفرض أن $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ مجموعة متعامدة من المتجهات غير الصفرية في فضاء ضرب داخلي فثبت أن S تكون مستقلة خطياً (٣،٥ درجات)