
	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department	Level : (4) Date: 22/1/2026 Time: 2 hours	
Course Title: Scientific Computations 1		Code: 451MC	
Instructors: Dr. Fatma Hussein		Total Mark: 50 degree	
No. of pages 3		No. of questions 3	

**Question No. 1: Choose the correct answer (15 marks)**

- The primary goal of numerical methods for solving ordinary differential equations is to:
  - Find exact solutions
  - Find numerical approximations
  - Analyze Stability
  - Simplify equations
- A one-step method computes the next value  $y_{n+1}$  using:
  - Only the previous point  $y_n$
  - The previous two points  $y_{n-1}, y_n$
  - All previous points
  - The exact solution
- Taylor series method is considered a:
  - Multi-step method
  - One-step method
  - Predictor-corrector method
  - Implicit method
- Which of the following methods uses the formula  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$ 
  - Euler's Method
  - Runge-Kutta Method
  - Adams Method
  - Miln Method
- A predictor-corrector method typically involves:
  - Two separate formulas used in sequence
  - Only one formula applied twice
  - No iteration
  - Exact integration
- The predictor formula in Milne's method is:  $y_{n+1} = y_{n-3} + \frac{4h}{3}(2f_{n-2} - f_{n-1} + 2f_n)$   
This formula is:
  - Explicit
  - Implicit
  - Semi-implicit
  - None of these
- Which MATLAB solver uses adaptive error control?
  - RK4
  - ode45
  - Both
  - Neither
- Which MATLAB function is used to numerically solve a system of ODEs with multiple equations?
  - ode45
  - ode23
  - ode15s
  - All of these
- In MATLAB, which command is used to define a symbolic ODE?
  - sym
  - ode45
  - dsolve
  - diff
- The equation described by the least squares method typically includes:
  - A single variable
  - A function to minimize errors
  - A fixed value for all datasets
  - No parameters
- In the standard RK4 method, accuracy depends primarily on:
  - Built-in adaptive tolerance
  - Automatic step-size control
  - The fixed step size chosen by the user
  - The order of the differential equation



2. Consider the differential equation  $\frac{dm}{dt} = k - mg$  which models the balance  $m(t)$  in a bank account. Write a MATLAB code to numerically solve and plot the solution for different values of  $k$  and  $g$ . Use the parameter values  $k = [0.5, 0.8]$  and  $g = [0.05, 0.1]$  with the initial condition  $m(0) = 10$  over the time interval  $[0, 50]$ .

Your code should:

- Plot all solutions on the same figure
- Label the axes appropriately
- Include a legend identifying each curve

(10 marks)

3. The following table shows the number of visitors (in thousands) to a website over five years:



X	2019	2020	2021	2022	2023	Year
Y	18	22	27	31	36	Visitors

Find the regression line and estimate the number of visitors in 2024.

(10 marks)

End of Exam

Best Wishes Dr. Fatma Hussein

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematic Department	Science Level : (4) Date: 5/1/2026 Time: 3 h	
		Code: 426 Math	
Course Title: Operation Research (2)		Total Mark:50 degree	
Instructors: Prof. Dr. Mostafa Ali El khateb			
Important:	No. of pages 1	No. Of questions 5	

أجب عن الأسئلة الآتية: كل سؤال (10 درجات)

السؤال الأول: (أ) برهن أن الشرط الكافي لكي تكون الدالة نهاية عظمى او صغرى عندما  $n$  تكون زوجية (حيث تكون المشتقات الجزئية للدالة مساوية للصفر) هو عندما  $f^{(n)}(x^*) < 0$  نهاية عظمى و عندما  $f^{(n)}(x^*) > 0$  نهاية صغرى.

(ب) مستخدم التعويض المباشر اوجد حل المسألة التالية

$$\text{Max } f(x) = 8x_1x_2x_3 \quad \text{S.t} \quad c_1 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0$$

وتأكد ان الحل السابق يناظر نهاية عظمى من الشرط الكافي.

السؤال الثاني: (أ) اوجد حل المشكلة التالية مستخدماً الشرط الضروري من الرتبة الثانية والشرط الكافي

$$\text{Min } f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \quad \text{S.t} \quad x_1 + x_2^2 \leq 0$$

(ب) مستخدماً مصفوفة الهيسين  $H$  أوجد نقط النهايات العظمى والصغرى للدالة

$$f(x) = x_1 + 2x_3 + x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

السؤال الثالث: أستخدم طريقة مضروبوات لاجرائج في حل المشكلة التالية

$$\text{Max } f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 \quad \text{S.t} \quad g(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 - 12 = 0$$

ثم طبق الشرط الكافي لمعرفة ان النقطة نهاية عظمى .

السؤال الرابع: (أ) بأستخدام طريقة خطوة الانحدار الشديد أوجد طول الخطوة  $\alpha$  للدالة

$$f(x) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2 + 7$$

ثم اوجد الحل عند  $(x_1^0, x_2^0) = (1, 2)$

(ب) بأستخدام طريقة تعديل المتغيرات أوجد القيمة الصغرى للدالة

$$f(x) = 25x_1^2 + x_2^2 \quad \text{at} (x_1^0, x_2^0) = (1, 1)$$

السؤال الخامس: (أ) بأستخدام طريقة نيوتن اوجد القيمة الصغرى للدالة

$$f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$$

عندما  $(x_1^0, x_2^0) = (5, 5)$



(ب) استخدم دالة الجزاء (penalty) اوجد حل المسألة التالية

$$\text{Min } f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2$$

$$\text{s.t} \quad g(x) = x_1 + x_2 - 4 = 0$$

د/ مصطفى علي الخطيب

مع تمنياتي بالنجاح والتوفيق

	Assiut University – Faculty of Science Department of Mathematics First Semester – Final Examination (2025–2026)	Program: Mathematics Level: 4 Date: 4/1/2026 Time: 2 hours	
	Course Title: Functional Analysis	Course Code: Math 411	
Instructors: Prof. Dr. Ali Mohamed Saddeek			
Important: Answer any 4 parts of each question	Number of pages:2	Number of questions:4	Total marks:50

**Q1) Fill in the blanks to complete the following statements. (10 marks)**

- (i) A complete inner product space is called a ..... space.
- (ii) A Banach space  $(X, \|\cdot\|)$  is a Hilbert space if and only if .....
- (iii) A subspace of a complete metric space is complete if and only if it is .....
- (iv) If  $x, y$  are vectors in a complex inner product space  $X$ , then  $\|x + iy\|^2 - \|x - iy\|^2 = \dots\dots\dots$
- (v) If  $(x_n) = (1, 1, 0, 0, 0, \dots)$  and  $(y_n) = (1, -1, 0, 0, 0, \dots) \in l_4$ , then  $\|x_n - y_n\| = \dots\dots\dots$

**Q2) Classify each of the following statements as true or false. (10 marks)**

- (i) Every discrete metric space is complete.
- (ii) The mapping  $T: (0, \frac{1}{3}] \rightarrow (0, \frac{1}{3}]$ , defined by  $Tx = x^2$ , possesses a fixed point.
- (iii) The mapping  $T: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ , defined by  $Tx = x + \frac{1}{x}$  is a contraction mapping.
- (iv) Let  $(X, \|\cdot\|)$  be a normed space. Then the mapping  $T: X \rightarrow \mathbb{R}$  defined by  $Tx = \|x\|$  is linear.
- (v) Let  $X = \{x = (x_i) : \sum_{i=1}^{\infty} |x_i| < \infty, x_i \in \mathbb{R}\}$ ,  $\|x\| = \sup_i |x_i|$ ,  $Tx = \sum_{i=1}^{\infty} x_i$ . Then  $T$  is bounded.

**Q3) Choose the correct answer from the given four options. (10 marks)**

- (i) Every contraction mapping on  $(0, 1)$ : 1. "has a unique fixed point" 2. "is continuous"
- a) Both 1 and 2      b) Only 1      c) Only 2      d) Neither 1 nor 2
- (ii) If  $x$  and  $y$  are two unit orthogonal vectors in the inner product space  $(X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ , then  $\|x + y\|$  is:
- a) 2      b)  $\frac{1}{2}$       c)  $2\sqrt{2}$       d)  $\sqrt{2}$

Please turn the page

(iii) In a normed space, every convergent sequence is: 1. Cauchy 2. Bounded

- a) Both 1 and 2      b) Only 1      c) Only 2      d) Neither 1 nor 2

(iv) Which of the following spaces is Not complete?

a)  $(C[0, 1], d(x, y) = \max_{t \in [0, 1]} |x(t) - y(t)|)$       b)  $(C[0, 1], d(x, y) = \int_0^1 |x(t) - y(t)| dt)$

c)  $(B[0, 1], d(x, y) = \sup_{t \in [0, 1]} |x(t) - y(t)|)$       d)  $(L_2[0, 1], d(x, y) = \left( \int_0^1 |x(t) - y(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}})$

(v) Which of the following spaces is Not an inner product space?

a)  $(\mathbb{R}^n, \langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i)$       b)  $(l_2, \langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \bar{y}_i)$

c)  $(C[a, b], \|f\| = \max_{t \in [a, b]} |f(t)|)$       d)  $(C[0, 1], \langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) \bar{g}(t) dt)$

---



**Q4) Essay-Type Questions.**

**(20 marks)**

- (i) Prove that every inner product space is a normed linear space.
- (ii) Give an example of a metric space that is not induced by any norm, and justify your answer.
- (iii) Discuss the continuity of the mapping  $T: P[0, 1] \rightarrow P[0, 1]$ ,  $Tp(t) = \frac{d}{dt} p(t)$ , with respect to the supremum norm  $\|p\| = \sup_{t \in [0, 1]} |p(t)|$ .
- (iv) Apply the Banach Contraction Theorem to find the unique fixed point of  $Tx = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$ ,  $x \in [0, 1]$ .
- (v) Let  $X, Y$  be normed spaces and let  $T: X \rightarrow Y$  be an invertible linear operator. Show that  $T^{-1}$  is linear.

---

End of Exam | Prof. Dr. A. M. Saddeek | With best wishes | Signature: *Saddeek*

	<p style="text-align: center;">Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department</p>	<p>Program: Bachelor of Science Level : (4) Date: 6 / 1 / 2026 Time: 3 h</p>	
<p>Instructors: Prof. Dr. Ayman Shehata Mohammed</p>			
<p>Important:</p>	<p>No. of pages 2</p>	<p>No. Of questions 6</p>	<p>Total Mark: 50 degree</p>

**Answer only five of the following questions:**

**Question One: (10 marks = 4+3+3)**

- If  $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$ , find  $z_1 - z_2, \frac{z_1}{z_2}, \operatorname{Re}(2z_1 + 3z_2), \operatorname{Im}(z_1^{-1})$ .
- Compute the limit  $\lim_{z \rightarrow 1-i} (|z|^2 - i\bar{z})$ .
- Prove that  $u(x, y) = e^{-x}(x \sin(y) - y \cos(y))$  is **harmonic**, and find  $f(z)$ .

**Question Two: (10 marks = 5+5) (Answer only Two)**

- Prove that  $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$
- Find the residues (a)  $f(z) = \tan(z)$  (b)  $f(z) = \frac{z^2}{(e^z + 1)^2(z-2)}$
- Calculate the value of the expressions (a)  $i^i$  (b)  $\log(1-i\sqrt{3})$  (c)  $e^{\frac{\pi}{2}i}$

**Question Three: (10 marks = 5+5)(Answer only Two)**

- By using contour integration, evaluate the integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + 1} dx$ .
- Prove that the function  $f(z) = \sin(z)$  is **uniformly continuous** in complex plane
- Find the principal argument  $\operatorname{Arg}\left(\frac{1}{-2-2i}\right), \operatorname{Arg}\left((\sqrt{3}-i)^6\right)$

**Question Four: (10 marks = 3+3+4)**

- Using Cauchy's residue theorem, evaluate the integral  $\int_{|z|=2} \frac{e^{3z}}{z^2(z-1)} dz$ .
- Find the Mobius transformation, which maps the points  $z = 0, -i, -1$  into  $w = i, 1, 0$ .
- Evaluate the following integrals

$$(a) \oint_{|z|=1} \frac{1}{z-i} dz \quad (b) \int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\pi}{3} + 2e^{i\theta}\right) d\theta \quad (c) \oint_{|z-i|=\frac{1}{2}} \frac{2z-1}{z^2-z} dz$$

Remember  
 Understand  
 Apply  
 Analysis  
 Evaluate  
 Create

**Question Five: (10 marks = 3+3+4)**

1. Find the Laurent series of  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ ;  $D: 0 < |z-1| < 1$ , and  $\oint_D f(z) dz$ .
2. Calculate the value  $\max_{|z|=1} |z^2 + 1|$
3. Let  $f(z)$  be analytic function inside and on the boundary  $C$  of a simply-connected region  $R$ . Prove that Cauchy's integral formula  $f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z-a} dz$ , and evaluate the integral  $\oint_C \frac{e^{2z}}{z^2 - 1} dz$ ,  $C: \left|z - \frac{1}{2}\right| + \left|z + \frac{3}{2}\right| = \frac{5}{2}$ .

**Question Six: (10 marks = 5+5)(Answer only Two)**

1. By using contour integration, evaluate the integral  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 3\cos(\theta)} d\theta$ .
2. If  $f(z)$  is analytic function with derivative  $f'(z)$ , which is continuous at all points inside and on a simple closed curve  $C$ , Prove that  $\oint_C f(z) dz = 0$ , and evaluate the integral  $\oint_{|z|=1} e^z dz$ .
3. Evaluate the following integrals  
(a)  $\oint_C z dz$ ;  $C: x=2y$ , from  $(0,0)$  to  $(2,1)$     (b)  $\oint_C z dz$ ;  $C: x^2=4y$ , from  $(0,0)$  to  $(2,1)$ .  
(c)  $\oint_C z dz$ ;  $C$ : the lines from  $(0,0)$  to  $(2,0)$ , and from  $(2,0)$  to  $(2,1)$ .



---

---

*With best wishes... Prof. Dr. Ayman Shehata*

---

---

	<b>Assiut University- Faculty of Science</b> <b>Frist Semester- Final Exam 2025-2026</b> <b>Mathematical Department</b>		<b>Program: Mathematical Science</b> <b>Level : (4)</b> <b>Date: 17/1/2025</b> <b>Time: 2 h</b>		
	<b>Course Title: Hydrodynamic &amp; Elasticity</b>			<b>Code: 431 M</b>	
<b>Instructors: Prof. Dr. Fikry Hady</b>					
<b>Important:</b>	<b>No. of pages 1</b>	<b>No. Of questions 5</b>	<b>Total Mark: 50 degree</b>		

(12.5 درجة لكل سؤال)

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي:

١- أ) إذا أعطيت مركبات الأجهاد بدلالة احداثيات ما - كيف يمكنك إيجاد مركبات هذه الأجهادات بالنسبة لأحداثيات أخرى بدلالة الأجهادات المعطاه.  
 ب) عنصر مستو تؤثر على وجهيه المتعامدين والأساسيين الأجهادات التالية  
 (6.5 درجة)

$$\delta_1 = 80 \text{ kp/cm}^2, \delta_2 = -20 \text{ kp/cm}^2$$

أوجد الأجهادات المؤثرة على الوجه العمودي عليه يصنع زاوية  $30^\circ$  مع الاتجاه الأساسي  $\delta_1$ . (6 درجات)

٢- أ) أستنتج معادلات المطابقة لسانت فينان.  
 ب) أستنتج مركبات الأفعال بدلالة مركبات الأجهاد.  
 (6.5 درجة)

(6 درجات)

٣- أ) بلك من الحديد على هيئة متوازي مستطيلات طوله  $(L=10 \text{ mm})$  وعرضه  $(a=40 \text{ mm})$  وارتفاعه  $(b=30 \text{ mm})$  أثرت عليه قوة ضغط تعمل على جميع أوجهه مقدارها  $(P=150 \text{ Mpa})$  فإذا كانت ثوابت المرونة هي  $\nu=0.3$  ,  $E=200 \text{ Gpa}$  , احسب التغير في الحجم.  $(G=106, M=103)$ .  
 (6.5 درجة)

ب) استنتج معادلة الاتصال للموانع ، ثم استنتج معادلات مانع مثالي غير قابل للتضاغط ، ثم استنتج منها معادلة برنولي.  
 (6 درجات)

٤- أ) اكتب منظوق نظرية بلازيوس ، انسياب منتظم له السرعة  $U$  عند اللانهاية ينساب في الاتجاه الموجب لمحور  $x$  يمر على اسطوانة دائرية ثابتة نصف قطرها  $a$  مع وجود لف حولها شدته  $k$  . احسب الضغط المؤثر على الاسطوانة والعزم حولها.  
 (6.5 درجة)

ب) استخدم التحويل  $\zeta = z^3$  لنقل المنطقة في المستوي  $z$  المحددة بالاقواس الدائرية  $r=a, r=b$  وانصاف الاقطار  $\theta=0, \theta=\pi/3$   
 (6 درجات)

٥- أ) ادرس حركة مستوي لانهاية الطول تحرك فجأة في مستواه بسرعة ثابتة في مانع لزج غير قابل للتضاغط .  
 (6.5 درجة)

ب) اكتب نظرية باي للتحليل البعدى ، ثم استخدمها في إيجاد قانون قوة المقاومة المؤثرة على وحدة السطوح من جدار انبوبة مع فرض انها دالة في معامل اللزوجة  $\mu$  والكثافة  $\rho$  والقطر  $d$  والسرعة  $v$ .  
 (6 درجات)

End of Exam. Best wishes Prof. Dr.: Fikry M. Hady and Dr.: Hössain A. Hamad



No. of pages: 3 - No. of questions:5

A. (10 Marks) Choose the correct answer (One mark for each question)

- 1) Let us scale a square with one unit side length using `glScale(2.0f, 0.0f, 0.0f)`. The output after scaling is:
  - a) Rectangle with two units' width and one unit height.
  - b) Rectangle with two units' height and one unit width.
  - c) Square with two units side length.
  - d) The square will disappear.
- 2) Normalize this vector: (8,-6,0)
  - a) (3, 4, 5)
  - b) (3/5, -4/5, 0)
  - c) (4/5, -3/5, 0)
  - d) (4/5, 3/5, 0)
- 3) ..... projection preserves parallel lines
  - a) Perspective
  - b) Orthographic
  - c) Frustum
  - d) Symmetric
- 4) Which of the following is not a valid argument to `glBegin ()`?
  - a) `GL_POINTS`
  - b) `GL_LINES`
  - c) `GL_TRIANGLES`
  - d) `GL_QUADS_FAN`
- 5) What is the OpenGL function used to clear the color buffer?
  - a) `glClearColor()`
  - b) `glClear()`
  - c) `glColor3f()`
  - d) `glFlush()`
- 6) Which GLUT function is used to initialize GLUT?
  - a) `glutCreateWindow()`
  - b) `glutDisplayFunc()`
  - c) `glutInit()`
  - d) `glutMainLoop()`
- 7) If you want to render a scene to a specific portion of a window, you would use:
  - a) `glViewport()`
  - b) `glOrtho()`
  - c) `glFrustum()`
  - d) `gluPerspective()`



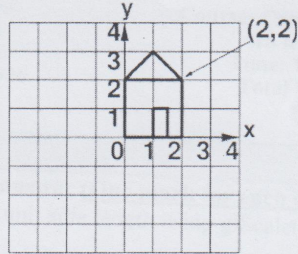
- 8) Which OpenGL function is used to specify a point in 2D space?
- glPoint2f()
  - glVertex2f()
  - glDot2f()
  - glPixel2i()
- 9) How many color components does glColor typically take?
- 0
  - 1
  - 2
  - 3
- 10) What is the primary function of glutPostRedisplay in OpenGL?
- To request a redraw of the current window.
  - To initialize the OpenGL environment.
  - To create a window on the screen.
  - To enter the main event processing loop.

**B. (17 Marks) True or False? (One mark for each question)**

- The cross product of two vectors of the same dimension is not defined.
- OpenGL runs only on Microsoft operating systems.
- OpenGL can draw convex polygons.
- Positive value for the rotation angle  $\Theta$  defines clockwise rotation about the pivot point.
- Once a 2D rotation is performed, it is not possible to reverse the rotation.
- If the scaling factor value is less than one, then it increases the size of object.
- The OpenGL command `glClearColor(0.0f, 1.0f, 0.0f, 1.0f)` clear a window with blue color
- The purpose of using double buffering in OpenGL is to avoid flickering.
- Two translation matrices,  $T_1$  and  $T_2$  can be combined into another translation matrix  $T$  by adding them, i.e.  $T = T_1 + T_2$
- The aspect ratio of an image is defined as the ratio of width to height.
- The function `glPolygonMode` allows polygons to be rendered as filled solids, as outlines, or as points.
- One important rule when you use quads is that all four corners of the quadrilateral must lie in a plane.
- OpenGL is a software interface to graphics hardware.
- Flight simulator is Non-Real-Time 3D
- OpenGL have functions and commands relating to window or screen management
- Whenever the window size changes, the viewport and clipping volume must be redefined.
- Internally, OpenGL maintains a set of error flags. Each flag represents a different type of error. Whenever one of these errors occurs, the corresponding flag is set.



C. (12 Marks) Assume that drawHouse function draws the following house.



Draw the output of executing the following OpenGL code segments **independently**.

```
glMatrixMode(GL_PROJECTION); glLoadIdentity();
glOrtho(-10.0, 10.0, -10.0, 10.0, -2.0, 2.0); glMatrixMode(GL_MODELVIEW); glLoadIdentity();
```

(a)

```
glTranslate(-1,2,0);
glScale(1,-1,1);
drawHouse();
```

(b)

```
glTranslate(2, 2, 0);
glRotate(-90, 0, 0, 1);
glTranslate(-2, -2, 0);
drawHouse();
```

D. (6 Marks) Assume that drawTriangle function draws a triangle (0,0), (1,0), (0,2), draw the output of executing the following code segment.

```
glMatrixMode(GL_PROJECTION); glLoadIdentity();
glOrtho(-10.0, 10.0, -10.0, 10.0, -2.0, 2.0); glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glPushMatrix();
glLoadIdentity();
glScalef(2.0, 2.0, 1.0);
drawTriangle();
glPopMatrix();
```

E. (5 Marks) Draw the output of executing the following OpenGL code segment; A, B, C, D, E, F, are shown in Fig.1:

```
glBegin(GL_LINE_STRIP);
glVertex2fv(A);
glVertex2fv(B);
glVertex2fv(C);
glVertex2fv(D);
glVertex2fv(E);
glVertex2fv(F);
glEnd();
```

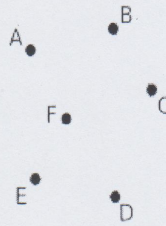




Fig. 1

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department	Program: Mathematics Level : (4) Date: 10/1/2026 Time: 2 h	
Instructors: Dr. Esraa Gamal			
Important:	No. of pages 4	No. Of questions 6	Total Mark:50 degree

Answer any five of the following questions:

أجب عن خمسة أسئلة فقط مما يأتي :

**Question No.1 :** (10 marks)

(a)  $\Delta$  • Use Poisson's equation to determine the electric potential  $V$  in the region bounded between two coaxial right circular cylinders containing a uniform charge density  $\rho$ .

(أ) استخدم معادلة بواسون لإيجاد الجهد الكهربائي  $V$  في المنطقة المحصورة بين أسطوانتين دائريتين قائمتين متحدتي المركز تحتوي على كثافة شحنة منتظمة  $\rho$

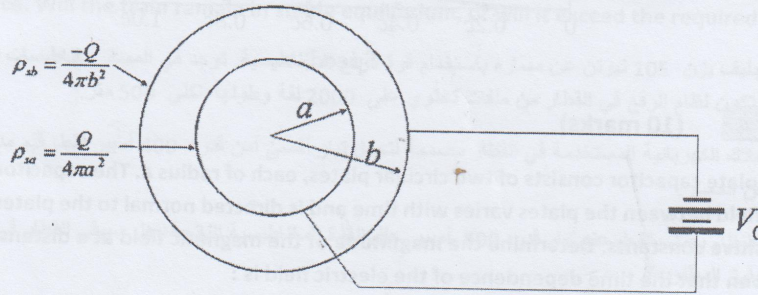
(b)  $\diamond$ \* Derive the relationship between the total energy and the linear momentum of a particle with rest mass  $m_0$  moving with velocity  $v$ .

(ب) استنتج العلاقة بين الطاقة الكلية وكمية الحركة الخطية لجسيم كتلته السكونية  $m_0$  ويتحرك بسرعة  $v$ .

**Question No.2 :** (10 marks)

(a) \* • Use Laplace's equation to determine the electric potential  $V(r)$  in the region between two concentric spherical conductors separated by a homogeneous dielectric medium. where the inner conductor has radius  $a$  and potential  $V_0$ , while the outer conductor is held at zero potential.

(أ) استخدم معادلة لابلاس لإيجاد الجهد الكهربائي  $V(r)$  في المنطقة بين موصلين كرويين متحدي المركز يفصل بينهما وسط عازل متجانس، حيث يكون نصف قطر الموصل الداخلي  $a$  وجهد  $V_0$ ، بينما يكون الموصل الخارجي عند جهد صفري.



(b)  $\Delta$  • A photon with an initial energy of  $14 \text{ keV}$  is scattered by a free electron, undergoing a change in direction of  $65^\circ$ . Determine the wavelength of the scattered photon .

(ب) يسقط فوتون بطاقة ابتدائية مقدارها  $14 \text{ keV}$  ويتشتت عن إلكترون حر، بحيث تتغير زاوية اتجاهه بمقدار  $65^\circ$  احسب الطول الموجي للفوتون المتشتت

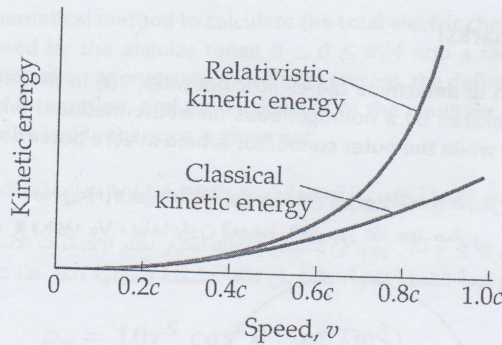
**Question No.3 :** (10 marks)

(a) • A particle travels at  $v = 0.8c$  along the x-axis in a laboratory frame. Determine the Lorentz factor and the components of the particle's four-velocity

(أ) جسيم مادي يتحرك بسرعة  $v = 0.8c$  على المحور x في إطار مختبري ساكن. استنتج كلاً من معامل لورنتز ومركبات متجه السرعة الرباعية لهذا الجسيم.

(b) ■\* The figure below depicts a comparison between Newtonian mechanics and Einstein's relativistic mechanics at high speeds. Notice that both models agree at low speeds, but a significant divergence appears as the velocity approaches the speed of light (c). Explain in your own words: Why is Newtonian mechanics considered inaccurate for calculating kinetic energy at speeds near the speed of light? Then, show that if the particle velocity is much smaller than the speed of light  $v \ll c$  or equivalently if  $\beta \ll 1$  where  $\beta = v/c$ , the relativistic kinetic energy reduces to the classical kinetic energy.

(ب) يظهر الرسم البياني المرفق مقارنة بين ميكانيكا نيوتن (التقليدية) وميكانيكا أينشتاين (النسبية) عند السرعات العالية التي تقترب من سرعة الضوء (c) لاحظ أن المنحنيين يتطابقان عند السرعات المنخفضة، ولكن يظهر اختلاف كبير جداً كلما زادت السرعة. فسر بأسلوبك: لماذا لا يمكننا الاعتماد على قوانين نيوتن لحساب طاقة الحركة عندما تقترب سرعة الجسم من سرعة الضوء؟ ثم أثبت أنه إذا كانت  $v \ll c$  أو  $\beta \ll 1$  حيث  $\beta = v/c$  فإن طاقة الحركة النسبية تؤول إلى طاقة الحركة الكلاسيكية.



**Question No. 4 :** (10 marks)

(a) Δ• A parallel-plate capacitor consists of two circular plates, each of radius a. The capacitor is charged such that the electric field between the plates varies with time and is directed normal to the plates. The quantities  $E_0$  and  $\lambda$  are positive constants. Determine the magnitude of the magnetic field at a distance  $r < a$  inside the capacitor, given that the time dependence of the electric field is :

(أ) لدينا مكثف مكون من لوحين دائريين متوازيين، نصف قطر كل منهما a يتم شحن المكثف بحيث يتغير المجال الكهربائي بين اللوحين مع الزمن، ويكون اتجاه المجال عمودياً على اللوحين. تمثل كل من  $E_0$  و  $\lambda$  ثوابت موجبة. أوجد مقدار المجال المغناطيسي على مسافة  $r < a$  داخل المكثف، علماً بأن اعتماد المجال الكهربائي على الزمن يُعطى بالعلاقة:

$$E(t) = E_0(1 - e^{-\lambda t}) \hat{z},$$

Δ Remember   ■ Understand   ● Apply   ◊ Analysis   \*Evaluate   ○ Create

(b) ♦ Two trains, (A) and (B), travel on parallel tracks. Train (A) is stationary and emits a whistle at a constant frequency of 440 Hz. Train (B) is moving at a uniform velocity  $v$ . If the passengers on Train (B) detect the frequency as 480 Hz while approaching Train (A), and then detect it as 400 Hz after passing and moving away from it, deduce the velocity  $v$  of Train (B). (Assume the speed of sound is 340 m/s)

(ب) يتحرك قطاران (A) و (B) على مسارين متوازيين. القطار (A) ساكن تماماً ويصدر صفارة بتردد ثابت قدره 440 هرتز. أما القطار (B) فيتحرك بسرعة منتظمة مقدارها  $v$ . إذا رصد الركاب داخل القطار (B) تردد الصفارة فكان 480 هرتز أثناء اقترابهم من القطار (A)، ثم رصده مرة أخرى فكان 400 هرتز بعد تجاوزهم له والابتعاد عنه. استنتج قيمة السرعة  $v$  التي يتحرك بها القطار (B)، علماً بأن سرعة الصوت في الهواء هي 340 م/ث.

**Question No. 5:** (10 marks)

(a) Δ A spacecraft moves with a constant speed  $v = 0.99c$  toward a star located 10 light-years away as measured by a stationary Earth observer. Compare the time measured by the Earth observer with the time measured by the astronaut inside the spacecraft, and discuss the physical reasons for the difference between the two times within the framework of special relativity.

(أ) تتحرك سفينة فضاء بسرعة ثابتة مقدارها  $v = 0.99c$  نحو نجم يبعد 10 سنوات ضوئية كما يراه مراقب أرضي ساكن. قارن بين الزمن الذي يقيسه المراقب الأرضي والزمن الذي يقيسه رائد الفضاء داخل السفينة، وناقش الأسباب الفيزيائية لاختلاف هذين الزمنين في إطار النسبية الخاصة.

(b) ♦\* A Maglev train with a total weight of 105 N must be lifted using magnetic levitation. The track magnets generate a constant magnetic field of 0.5 T. The train's levitation system consists of coils with 2000 turns and a total length of 500 meters.

(i) Feasibility Assessment: If the electrical cables used in the train are rated for a maximum safe current of 400 A, evaluate whether this design is functional for lifting the train.

(ii) System Performance: Suppose the system operates at a current of 500 A. Analyze the resulting magnetic force. Will the train remain in stable equilibrium, or will it exceed the required lifting force?

(ب) يتم رفع قطار ماجليف بزن 105 نيوتن عن مساره باستخدام قوة الرفع المغناطيسية. توجد في المسار مغناطيسات تولد مجالاً مغناطيسياً ثابتاً قدره 0.5 تسلا. يتكون نظام الرفع في القطار من ملفات تحتوي على 2000 لفة وطولها الكلي 500 متر.

(i) إذا كانت الأسلاك الكهربائية المستخدمة في القطار مصممة لتحمل تيار أقصى آمن قدره 400 أمبير فقط، قيم مدى نجاح هذا التصميم في رفع القطار عن المسار.

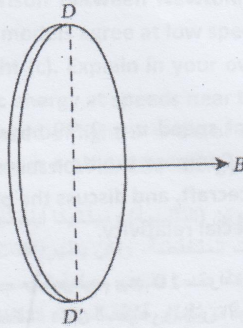
(ii) افترض أن النظام يعمل بالفعل عند تيار قدره 500 أمبير. حلل القوة المغناطيسية الناتجة؛ هل سيبقى القطار في حالة اتزان استاتيكي أم أن القوة ستجاوز المطلوب؟

**Question No. 6 :** (10 marks)

(a) ◊ In the illustrated figure: A circular loop of radius  $R$  is immersed in a uniform magnetic field. The field is perpendicular to its diameter 'DD'. Calculate the induced electromotive force (EMF) in the loop if the magnetic field varies with time according to the equation:

(ا) في الشكل الموضح: حلقة دائرية نصف قطرها  $R$  مغمورة في مجال مغناطيسي منتظم، ويكون هذا المجال عمودياً على قطرها 'DD' احسب القوة الدافعة الكهربائية المستحثة في الحلقة إذا كان المجال المغناطيسي يتغير بمرور الزمن وفقاً للمعادلة:

$$B = B_0 \sin \omega t$$



(b) ○ Propose a suitable mathematical method to calculate the total electric charge contained within a right circular cone. The cone is defined by the angular range  $0 \leq \theta \leq \pi/4$  and a radius of  $r \leq 2$  meters. Your solution must include the selection of an appropriate coordinate system, the definition of the volume element and the corresponding limits of integration, and the evaluation of the resulting integral to obtain the total charge. The volume charge density inside the cone is given by:



(ب) اقترح طريقة رياضية مناسبة لحساب الشحنة الكهربائية الكلية المحتواة داخل مخروط دائري قائم، حيث يتم تحديد أبعاد المخروط بـ  $0 \leq \theta \leq \pi/4$  ونصف قطر يبلغ  $r \leq 2$  متر. يجب أن تتضمن إجابتك اختيار نظام الإحداثيات الأنسب، وتحديد عنصر الحجم وحدود التكامل، ثم إجراء عملية التكامل لاستخراج قيمة الشحنة الكلية، علماً بأن كثافة الشحنة الحجمية داخل هذا المخروط تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\rho_v = 10r^5 \cos^2 \theta \text{ (mC/m}^3\text{)}$$

Best Wishes

End of Exam

Dr. Esraa Gamal

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematical Department	Program: Mathematics Level : ( 4 ) Date: 23 / 1 / 2026 Time: 3 h	
Course Title: Topology and Differential Geometry		Code: 421 M	
Instructors: Prof. Dr. Ahmed Allam & Prof. Dr. Hamdy Nouraldeen			
Important:	No. of pages 2	No. Of questions 8+3	Total Mark: 50 degree

### Topology( 25 marks).

five degrees for each of the following three questions

- 1- Let  $X = \{a, b, c, d, e\}$ . Determine a smallest topology  $\tau$  on  $X$  such that it should contain  $\{a, b\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, e\}$ , and then determine  $A^\circ, A'$  and  $\bar{A}$  of  $A = \{b, c, e\}$  with respect to  $\tau$ .
- 2- Find  $A'$  and  $\bar{A}$  of  $A \subseteq X$  with respect to excluding point space  $(X, \xi)$ .
- 3- Let  $(X, \tau)$  be a space and  $A \subseteq X$ . Prove that  $\{A^\circ, \text{ext}(A), b(A)\}$  is a partition of  $X$ .

Choose the correct answer from those given [ two degrees for each point]:

- 4- If  $(X, I)$  is an indiscrete space and  $A \subseteq X$ , where  $A^\circ = \varnothing$  and  $A' = A^c$ , then  
 (a)  $A = X$       (b)  $A = \varnothing$       (c)  $A$  is singleton
- 5- If  $(X, \tau)$  is a topological space,  $A \subseteq X$ , where  $A^\circ = \bar{A}$  and  $A' = \varnothing$ , then,  
 (a)  $\tau = D$       (b)  $\tau = I$       (c)  $\tau = C$
- 6- If  $(X, \zeta)$  is an excluding point space  $p \notin A \subseteq X$ , then  $\bar{A}$  is  
 (a)  $X$       (b)  $A$       (c)  $A \cup \{p\}$ .
- 7- For an excluding point space  $(X, \zeta)$ , then  $N_p$  is  
 (a)  $\{p\}$       (b)  $X$       (c)  $\{A\}^c$
- 8- For a topology  $\tau = \{X, \emptyset, \{b\}, \{a\}, \{a, b\}\}$  on  $X = \{a, b, c, d, e\}$ , a largest subset  $A \subseteq X$  such that  $\text{ext}(A) = \{a\}$ ,  $b(A) = \{c, d, e\}$  is  
 (a)  $X$       (b)  $\{b, c, d, e\}$       (c)  $\{a, b, c\}$ .

**Look at the rest of the questions**

**Secondly, Differential Geometry ( 25 marks):**

**Answer the following questions:**

(9-a) Show that the tangent vector for the curve  $X(t) = (at, bt^2, t^3)$ , creates a

constant angle with the vector  $a(1,0,1)$ , where  $2b^2 = 3a$

(b) Show that the position vector for any point on the curve  $r = r(s)$  satisfy the D.E.

$$\frac{d}{ds} \left[ \sigma \left( \frac{d}{ds} \rho \frac{d^2 r}{ds^2} \right) \right] + \frac{d}{ds} \left( \frac{\sigma}{\rho} \left( \frac{dr}{ds} \right) \right) + \frac{\rho}{\sigma} \frac{d^2 r}{ds^2} = 0, \text{ Where, } \rho = \frac{1}{\kappa}, \sigma = \frac{1}{\tau}$$

(10-a) Show that the curvature for the space curve:

$$X(u) = (4a \cos^3 u, 4a \sin^3 u, 3c \cos 2u), \text{ is given by } \kappa = \frac{a}{6(a^2 + c^2) \sin 2u}$$

(b) Show that the curvature and torsion for the point of a curve of intersection of

$$\text{the surfaces: } x^2 + y^2 = c^2, y = x \tan \left( \frac{z}{c} \right) \text{ are given by: } \kappa = \tau = \frac{1}{2c \cos^2 \theta}$$

(11-a) Define the spherical indicatrix and find the curvature for the tangent,

(b) Define the Bertrand curves  $C, C^*$  and show that the relation between

the curvatures  $\kappa, \tau$  are given by:

$$\kappa = (1 - a\kappa) \kappa^* + a \tau \tau^*$$

End of Exam

Best Wishes

Prof. Dr. Ahmed Allam.

Prof. Dr. Hamdy Nouraldeen

