
	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department	Program: Material Mathematics Level : (3) Date: 22/1/2026 Time: 3 h	
Instructors: Prof. Dr. Gamal F. Hassan			
Important:	No. of pages 2	No. Of questions 4	Total Mark:50 degree

### Answer all questions:

#### Question 1:-

- 1-a) Show that the sequence  $\langle a_n \rangle$  defined by  $a_1 = 1$  and  $a_{n+1} = \sqrt{5a_n}$  for  $n \in \mathbb{N}$ , converges and determine its limits.
- 1-b) Prove: If  $\langle a_n \rangle$  and  $\langle b_n \rangle$  are Cauchy sequence, then  $\langle a_n + b_n \rangle$  is Cauchy sequence.
- 1-c) Let  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ , find  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$  and  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

#### Question 2:-

- 2-a) Show that the function  $f(x) = x^2 + x + 1$  is uniformly continuous for  $|x| \leq 3$ .
- 2-b) Prove: If  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  is differentiable at  $c \in I$ , then it is continuous at  $c$ . But the converse is not true.
- 2-c) Use the mean value theorem for  $f(x) = \tan x$  on  $[\alpha, \beta]$  to show that

$$\alpha < \cos^{-1} \left( \sqrt{\frac{(\beta - \alpha) \cos \alpha \cos \beta}{\sin(\beta - \alpha)}} \right) < \beta$$

#### Question 3:-

- 3-a) Test the uniform convergent of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^5}$ ,  $|x| \leq 1$ .

- 3-b) If  $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$  is a sequence of functions defined as follows:

$$f_n(x) = nx e^{-nx^2}, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad \text{Prove that } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx \neq \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$$

and what is the condition for equality ?.

- 3-c) Test the convergence of the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n^3+2n+5}$ .

7

**Question 4:-**

4-a) Find the radius of convergence for the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n 5^n}$ .



4-b) Use the Riemann sum definition to calculate the value of the following definite

integral:  $\int_0^1 (2x + 1) dx$ .

4-c) Show that the function  $f(x) = x^2$  is Riemann integrable on  $[0,1]$  using Darboux sums.

**End of Exam**

Best Wishes Prof. Dr. Gamal F. Hassan

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Department of mathematics	Program: Level : (3) Date: 5/1/2026 Time: 3 h	
Course Title: احصاء حيوي		Code: ر 241	
Instructors: . Dr. Hancm Mohamed Mostafa			
Important:	No. of pages 2	No. Of questions 5	Total Mark:50 degree

**Answer ONE only from the following questions (12.5 marks)**

(Q1) Suppose that the amount of cosmic radiation to which a person is exposed when flying by jet across in U.S is a random variable having a normal distribution with a mean of 4.5 meram. for a random sample of size 10 of this persons having the standard deviation of 1.5 meram . What is the probability that the mean of this sample is a greater than 5.3 meram ?

(Q2) A study center found that in a sample of 590 admitted to a psychiatric hospital, 204 admitted to using cannabis at least once in their lifetime, Construct a 95 % confidence interval for the proportion of lifetime cannabis users in the sampled population of psychiatric hospital admissions.

**Answer the following questions (12.5 marks for each)**

(Q1) The following are the activity values per (micromolars) of tissue of a certain enzyme measured in normal Gastric tissue of 18 patients with gastric carcinoma ,Construct a 95 % confidence interval for the population mean

0.46	2.9	3.4	1.9	2.1	1.7	3.2	3.9	2.4
0.95	2.1	0.95	2.1	0.89	1.8	0.8	1.9	0.56

Suppose that the sample of the normal population



(Q2) The breaking strengths of cables produced by manufacturer have a normal distribution with mean 822 Kg and a standard deviation 46 Kg. by a new technique the breaking strength can be increased. To test this claim, a sample of 35 cables is tested and it is found that the mean breaking strength is 840Kg. can we support the claim at the  $\alpha=5\%$  significance level?

(Q3) A researcher wishes to know if the data they have collected provide sufficient evidence to indicate a difference in mean serum uric acid levels between normal individuals and individuals with Down's syndrome. The data consists of serum uric acid readings on 12 individuals with Down's syndrome With mean 4.5 mg/100 ml , and 15 normal individuals with mean 3.4 mg/100ml ,the data are taken from two independent normal with variances 2 and 1.5 respectively test that at  $\alpha=5\%$ .

---

You can use the tabulated values



$$t(0.975,17) = 2.11 , Z_{0.45} = 1.96$$

$$P(T > 1.69) = 0.01, Z_{1-\alpha}=2.33$$

**End of Exam**

**Best Wishes**

**Dr. Hanem Mohamed Mostafa**

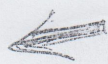
	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Department of Mathematics		Program: Mathematics Level : ( 3+4 ) Date: 15 / 1 / 2026 Time: 3 h	
	Course Title: Tensors		Code: 319 M	
Instructor: Prof. Dr. Hamdy Nouraldeen				
Important:	No. of pages 2	No. Of questions 6	Total Mark: 50 degree	

Answer five questions only of the following:  
(Five marks for each of the following items):

1	a)	If a vector has components $\dot{x}$ , $\dot{y}$ in rectangular Cartesian coordinates, thus prove that $\dot{r}$ , $\dot{\theta}$ are components in polar coordinates. $\dot{\cdot} = \frac{d}{dt}$
	b)	Using the data in question (1-a) to show that they are $\ddot{r} - r \dot{\theta}^2$ , $\ddot{\theta} + \left(\frac{2}{r}\right) \dot{r} \dot{\theta}$ components in polar co-ordinates.
2	a)	If the components of a contravariant tensor T are $T^{11}=1$ , $T^{12}=1$ , $T^{21}=-1$ , $T^{22}=2$ , Find the components $\overset{-ij}{T}$ of T in the $\overset{-i}{x}$ - system connected to the $x^i$ - System via: $\overset{-1}{x} = (x^2)^2 \neq 0$ , $\overset{-2}{x} = \ln\left(\frac{x^1}{x^2}\right)$
	b)	Compute the values of the $\overset{-ij}{T}$ in (2-a) at the point which corresponds to $(x^1, x^2) = (1, 2)$
3	a)	Show that the Krönecker delta $\delta^i_j$ is a mixed tensor of rank two. And is an invariant.
	b)	Show that the product of two tensors $A_j^i$ and $B_m^{kl}$ is a tensor of rank five.

Look at the rest of the questions

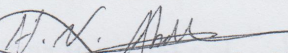
٣٥



4	a)	Show that the metric in spherical coordinates is given by: $ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$
	b)	For the above metric in (a), Find the values of: (i) $[22,1]$ and $[13,3]$ , (ii) $\begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \ 2 \end{Bmatrix}$ and $\begin{Bmatrix} 3 \\ 1 \ 3 \end{Bmatrix}$
5	a)	Find length of arc to a curve in spherical coordinate $x^i$ which is given by: $x^1 = t, \quad x^2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{t}\right), \quad x^3 = 2\sqrt{t^2 - 1}, \quad 1 \leq t \leq 2.$
	b)	Define the Christoffel's symbols of first and second kind and prove the following relations: $(i) [ij, m] = g_{km} \begin{Bmatrix} k \\ i \ j \end{Bmatrix},$ $(ii) [ik, j] + [jk, i] = \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k}$
6	a)	Find the Gaussian and mean curvature for the following ruled surface: $X(s, v) = r(s) + vb(s), \quad v \in R$
	b)	Define $\text{grad } \phi$ , $\text{div } A^i$ , $\text{curl } A_i$ in a tensor form and prove the following relations: $(i) \nabla(\phi\psi) = \phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi,$ $(ii) \nabla^2(\phi\psi) = \phi\nabla^2\psi + \psi\nabla^2\phi + 2\nabla\phi\nabla\psi$ $(iii) \text{div}(\psi \nabla\phi) = \psi\nabla^2\phi + \nabla\phi \cdot \nabla\psi$

End of Exam

Best Wishes



Prof. Dr. Hamdy Nouraldeen

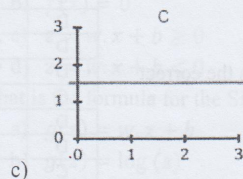
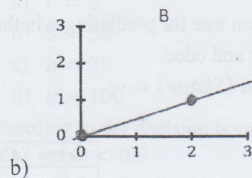
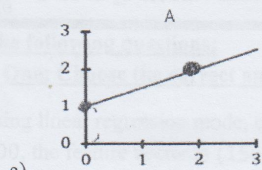
**Answer the following questions:**

**Question One: Choose the correct answer**

**(2 point each)**

- 1- Using linear regression mode, calculate the parameter  $b$  if the model output ( $\hat{y} = 400$ , the feature vector is (1500,4,3) and weight vector is (0.1,40,30)
  - a)  $b = 0$
  - b)  $b = 50$
  - c)  $b = 90$
  - d)  $b = 100$
- 2- According to the decision boundary rules in logistic regression, we predict  $\hat{y} = 1$  when:
  - a)  $g(z) < 0.5$
  - b)  $f(x) = 0$
  - c)  $z = w \cdot x + b \geq 0$
  - d)  $z = w \cdot x + b < 0$
- 3- What is the formula for the Sigmoid (logistic) function?
  - a)  $g(z) = w \cdot x + b$
  - b)  $g(z) = \log(z)$
  - c)  $g(z) = \frac{1}{1+e^z}$
  - d)  $g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$
- 4- Which of the following equations represents a circular decision boundary centered at the origin?
  - a)  $g(z) = 0.5$
  - b)  $x_1 + x_2 - 3 = 0$
  - c)  $x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0$
  - d)  $z = w \cdot x + b$
- 5- Which NumPy function is used for a vectorized implementation of the model's prediction?
  - a) `np.dot(w, x) + b`
  - b) `np.array(w, x) + b`
  - c) `np.sum(w, x) + b`
  - d) `np.loop(w, x) + b`
- 6- What is the primary goal of Unsupervised Learning?
  - a) Predicting a specific target label.
  - b) Exploring data to identify natural groupings or behaviors.
  - c) Training the model using labeled examples.
  - d) Minimizing the error between predicted and actual values.
- 7- Which of the following is a key application of Unsupervised Learning?
  - a) Linear Regression.
  - b) Decision Trees.

- c) Dimensionality Reduction (e.g., PCA).
  - d) Email Spam Detection.
- 8- Clustering is the process of:
- a) Grouping similar data points and separating dissimilar ones.
  - b) Reducing the number of variables in a dataset.
  - c) Finding co-occurrence patterns between items in a basket.
  - d) Predicting a continuous numerical value.
- 9- K-means is categorized as what type of clustering algorithm?
- a) Hierarchical Clustering.
  - b) Density-Based Clustering.
  - c) Partitional Clustering.
  - d) Overlapping Clustering.
- 10- A Decision Tree is a flowchart-like structure where each leaf node represents:
- a) A test on an attribute.
  - b) A class label (the final decision).
  - c) A branch of the tree.
  - d) The entire dataset.
- 11- Which of the following is an advantage of using Decision Trees?
- a) They require heavy data preprocessing like normalization.
  - b) They are difficult to interpret for non-technical users.
  - c) They can handle both numerical and categorical features.
  - d) They only work with linear relationships.
- 12- Which algorithm is known for using "Information Gain" as a splitting criterion?
- a) ID3.
  - b) K-means.
  - c) PCA.
  - d) Linear Search.
- 13- When evaluating a classification method, "Robustness" refers to:
- a) The speed of constructing the model.
  - b) The ability to handle noise and missing values.
  - c) The size of the decision tree.
  - d) The predictive accuracy on a small dataset.
- 14- Decision Trees are widely used in medical diagnosis because:
- a) They provide clear, interpretable rules for prediction.
  - b) They are the fastest algorithms in existence.
  - c) They do not require any training data.
  - d) They only process images.
- 15- If we have linear regression model with  $w = 1$  and  $b = 1.5$  which of the following lines represents that model



d) None of the above

16- What is the z-score normalized value of 54.9 kg, given a mean of 68.4 kg and a standard deviation of 7.2 kg?

- a) -1.375
- b) -1.875
- c) -1.925
- d) 1.875

17- Suppose we have a set of 4 objects with two attributes ( $X$  and  $Y$ ) shown in the given table. We want to group these objects into  $K = 2$  clusters using the  $K$ -means algorithm. If we take in 0-iteration  $C_1 = (2,2)$  and  $C_2 = (2,4)$ , Answer the following questions: the distance between the point  $A(2,2)$  and  $C_2$  in the 0-iteration is .....

- a) 0
- b) 2
- c) 6.1
- d) None of the above

Data Points:
A (2, 2)
B (2, 4)
C (5, 8)
D (6, 8)

18- Using data in question 20, the distance between the point  $D(6,8)$  and  $C_1$  in the 1<sup>st</sup>-iteration is .....

- a) 2
- b)  $\sqrt{32}$
- c)  $\sqrt{45}$
- d)  $\sqrt{52}$

10/10

19- Using data in question 20, the coordinate of the second centroid  $C_2$  in the 1<sup>st</sup>-iteration is

.....

- a)  $(\frac{13}{3}, \frac{23}{3})$
- b)  $(\frac{11}{3}, \frac{8}{3})$
- c) (2,2)
- a) (2,4)

20- The following dataset will be used to learn a decision tree for predicting whether a mushroom is edible or not based on its shape, color and odor.

Which of the following is the correct value for  $Gain(Shape) = \dots$

- a) 0
- b) 0.008
- c) 0.986
- d) 0.994

Shape	Color	Odor	Edible
C	B	1	Yes
D	B	1	Yes
D	W	1	Yes
D	W	2	Yes
C	B	2	Yes
D	B	2	No
D	G	2	No
C	U	2	No
C	B	3	No
C	W	3	Nb
D	W	3	No

21- Using data in question 24, Which of the following is the correct value for  $Info(D) = I(5,6) = \dots$

- a) 0
- b) 0.008
- c) 0.986
- d) 0.994

22- Using data in question 24, Which attribute have the maximum Gain

- a) Shape
- b) Color
- c) Odor
- d) Edible


**Question Two: Check if the following statements True or False (1 point each)**

- 23- Decision Trees require features to be normalized or scaled before training. ( )
- 24- In Logistic Regression, if the output  $f(x)$  is 0.7, it means there is a 70% probability that the class  $y$  is 1. ( )
- 25- A decision boundary in logistic regression must always be a straight line. ( )
- 26- If the sigmoid output  $g(z)$  is exactly 0.5, then the value of  $z$  must be 0. ( )
- 27- Vectorization is more efficient than using a for loop because it can perform calculations in parallel. ( )
- 28- The main goal of a Supervised Learning model is to learn how to predict the output  $Y$  given the input  $X$ . ( )

*End Questions*

*Best wishes*

*Dr. Amal Abdelazim*

 <p>قسم الرياضيات كلية العلوم</p>	<p>المقرر: تحليل عددي (٣٢٣) الفرقة: المستوى الثالث الدرجة: ٥٠ درجة التاريخ: الأحد ٢٠٢٦/١٠/٤ الزمن: ثلاث ساعات</p>	<p>جامعة أسيوط كلية العلوم - قسم الرياضيات امتحان نهائي الفصل الدراسي الأول للعام الجامعي ٢٠٢٥/٢٠٢٦ م</p>
--	---	---

Answer the following questions:- (10 marks for every question)

1) If the function and  $g(x) \in [a, b] \forall x \in [a, b]$  and  $g'(x)$  exist on  $(a, b)$  with  $|g'(x)| \leq k < 1, \forall x \in (a, b)$  prove that :

- a) the sequence defined by  $p_n = g(p_{n-1}), n \geq 1$  with converge to the unique fixed point  $p$  in  $[a, b]$  .
- b)  $|p_{n+1} - p_n| \leq k^n |p_1 - p_0|$  .
- c)  $|p_n - p| \leq \frac{k^n}{1-k} |p_1 - p_0|$  for all  $n \geq 1$ .

2-a) Derive Trapezoidal rule in the following formula :

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] - \frac{h^3}{12} f''(\delta) \text{ where } h = x_1 - x_0 \text{ and } x_0 < \delta < x_1.$$

b) Solve the following integral using simpson's method and find the error using the error formula and compare to the actual error

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}, \quad h = 0.25$$

3-a) Derive Lagrange interpolation formula of degree  $n$  and write the error of this method .

b) Determine the interpolating polynomial of degree two in both the Lagrange and Newton forms for the function  $f(x) = \cos \pi x$  using the interpolation points  $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$ .

من فضلك انظر خلف الورقة .....

4-a) The Trapezoidal rule applied to  $\int_0^2 f(x)dx$  given the value 3, and Simpson's rule given the value 6. What is  $f(1)$  ?

b) Solve the following system:

$$9x + 2y + Z = 50$$

$$-2x + 2y + 7Z = 19 \quad (\text{Note: let } x^{(0)} = (0, 0, 0))$$

$$x + 5y - 3Z = 18$$

By using Gauss Sidle method (using three iterations only)

5-a) For the given data

$x$	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	2	13	44	107

Construct an interpolation polynomial using Newton forward difference formula .

b) Derive the formula of the Newton's interpolator divided difference formula and use this formula to obtain a polynomial of least degree that fits the values shown table in(a).

Good luck

DR.Mohamed A . Hussien





أولاً: أجب عن السؤال التالي :- ( 20 درجة - كل فقرة 10 درجات)

(1) (أ) إذا كانت  $\varphi : (G, *) \rightarrow (H, \times)$  تماثل من الزمرة  $(G, *)$  إلى الزمرة  $(H, \times)$

وأن  $\psi : (H, \times) \rightarrow (K, \otimes)$  تماثل من الزمرة  $(H, \times)$  إلى الزمرة  $(K, \otimes)$

فأثبت أن:  $(\psi \circ \varphi) : (G, *) \rightarrow (K, \otimes)$  هو أيضاً تماثل.

(ب) إذا كانت  $(H_1, *)$ ,  $(H_2, *)$  زمرتان جزئيتان من الزمرة  $(G, *)$  فأثبت أن

$(H_1 H_2, *)$  زمرة جزئية من  $(G, *)$  إذا وفقط إذا كان  $H_1 H_2 = H_2 H_1$ .

ثانياً: أجب عن سؤالين فقط من الأسئلة التالية :- (15 درجة لكل سؤال)

(2) (أ) إذا كانت  $(H, *)$  زمرة جزئية للزمرة  $(G, *)$  فأثبت أن  $(H, *)$  ناظرية إذا وفقط

إذا كان  $N(H) = G$  حيث  $N(H) = \{a \in G : a * H * a^{-1} = H\}$

(ب) إذا كانت  $\varphi$  تشاكل من الزمرة  $(G, *)$  إلى الزمرة  $(G', \circ)$  فأثبت أن :

$(\text{Ker } \varphi, *)$  زمرة جزئية ناظرية من الزمرة  $(G, *)$ .

(3) (أ) إذا كانت  $\varphi$  تشاكل من الزمرة  $(G, *)$  إلى الزمرة  $(G', \circ)$  فأثبت أن :

$$\varphi(g^{-1}) = (\varphi(g))^{-1}, \quad \forall g \in G$$

(ب) إذا كانت  $\varphi$  تشاكل من الزمرة  $(G, *)$  إلى الزمرة  $(G', \circ)$  وكانت  $(H, *)$

زمرة جزئية ناظرية من الزمرة  $(G, *)$ ، وكان  $\varphi(G) = G'$  فأثبت أن:

$(\varphi(H), \circ)$  زمرة جزئية ناظرية من الزمرة  $(G', \circ)$ .

(4) (أ) إذا كانت  $\varphi$  تشاكل من الزمرة  $(G, *)$  إلى الزمرة  $(G', \circ)$  فأثبت أن :

$(\text{Range } \varphi, \circ)$  زمرة جزئية من الزمرة  $(G', \circ)$

(ب) إذا كانت  $(G, *)$  زمرة، وأن  $a \in G$  فأثبت أن: زمرة جزئية من

الزمرة  $(G, *)$ ، حيث  $N_a = \{x \in G : x * a = a * x\}$ .

انتهت الأسئلة مع تمنياتنا لكم بالتوفيق

د. / عاطف أبو الخير



Assiut University- Faculty of Science  
Frist Semester- Final Exam 2025-2026  
Mathematics Department

Program: Mathematics  
Level : (3)  
Date: 17/1/2026  
Time: 3 h



Course Title: Mathematical Foundations of Quantum Theory & Statistical Mechanics (1)		Code: M331	
Instructors: Dr. Essam Edfawy & Dr. Esraa Gamal			
Important:	No. of pages 4	No. Of questions 4	Total Mark:50 degree

12 درجة

### الجزء الأول: ميكانيكا الكم

السؤال الأول: -

- (أ) ضع علامة (✓) امام الاجابة الصحيحة وعلامة (×) امام الاجابة الخاطئة: (درجة لكل فقرة)
- (1)  $\Delta$  معادلة شرودنجر الموجية المعتمدة على الزمن هي:  $\nabla^2 \Psi + \left(\frac{2mV}{\hbar^2} \Psi - \frac{2m}{\hbar} \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = 0$  . ( )
- (2)  $\Delta$  الدالة الموجية  $\psi$  يجب شرط المعايرة وهو  $\int \psi \psi^* d\tau = 0$  ( )
- (3) • إذا كانت لدينا حالة كمومية (Input State) ممثلة بالمعادلة التالية  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  تكون الحالة الكمية التي تنتج بعد تطبيق بوابة هادامارد  $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  عليها هي  $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$  ( )
- (4)  $\Delta$  المعادلة الأتية  $(\nabla\phi)^2 = \frac{n^2}{c^2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2$  هي معادلة الضوء الموجي. ( )
- (5) ■ من علاقات دي برولى  $E = \hbar\omega$  ( )
- (6) • إذا كانت الحالة الكمية ممثلة على كرة بلوخ (Bloch Sphere) تعطى بالعلاقة  $|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$  تكون الحالة الناتجة عند  $\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0$  مساوية  $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$  ( )

(ب) اختر الإجابة الصحيحة في العبارات التالية: (درجة لكل فقرة)

إذا كانت الدالة الموجية هي  $\psi(x) = Ae^{-\frac{x^2}{32} - 4ix}$

• س1:- فإن ثابت العيارية A يساوي

$\frac{1}{2(\pi)^{1/4}}$  (D)       $\frac{1}{(2\pi)^{1/4}}$  (C)       $\frac{1}{(\pi)^{1/4}}$  (B)       $\frac{1}{2}(\pi)^{-1/4}$  (A)

• س2:- فإن شدة (كثافة) الاحتمال تساوي

$\frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{32}}$  (D)       $\frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{\frac{x^2}{32}}$  (C)       $\frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{16}}$  (B)       $\frac{1}{4\sqrt{\pi}} e^{\frac{x^2}{16}}$  (A)

• س3:- فإن القيمة المتوقعة للموضع تساوي

$\frac{3}{2}\hbar^2$  (D)      0 (C)       $-4\hbar$  (B)       $\frac{\hbar^2}{32}$  (A)

Δ Remember   ■ Understand   ● Apply   ◊ Analysis   \*Evaluate   ○ Create

يتحرك جسيم كتلته  $m$  وطاقته  $E$  من جهة اليسار نحو الجهد

$$V = 0 \quad x < 0; \quad V = V_0 \quad 0 < x < a; \quad V = 0 \quad x > a; \quad E < V_0$$

ويتغير فجأة من الصفر إلى  $V_0$  عند  $x=0$ ، من  $V_0$  إلى الصفر عند  $x=a$ .

س4:- فإن معادلة شرودنجر في المنطقتين (  $V = 0 \quad x < 0$  ,  $V = 0 \quad x > a$  ) تأخذ الصورة:

$$\psi'' + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (D) \quad \psi'' - \frac{mE}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (C) \quad \psi'' + \frac{mE}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (B) \quad \psi'' - \frac{2mE}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (A)$$

س5:- فإن معادلة شرودنجر في المنطقة (  $V = V_0 \quad 0 < x < a$  ) تأخذ الصورة:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) \psi = 0 \quad (B) \quad \psi'' - \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E) \psi = 0 \quad (A)$$

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + E) \psi = 0 \quad (D) \quad \psi'' - \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 + E) \psi = 0 \quad (C)$$

س6:- فإن حل معادلة شرودنجر في المنطقة (  $V = 0 \quad x < 0$  ) تأخذ الصورة:

$$\psi = Ae^{i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x} + Be^{-i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x} \quad (B)$$

$$\psi = Ae^{i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x} + Be^{-i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x} \quad (A)$$

$$\psi = Ae^{i\frac{\sqrt{mE}}{\hbar}x} + Be^{-i\frac{\sqrt{mE}}{\hbar}x} \quad (D)$$

$$\psi = Ae^{i\frac{\sqrt{mE}}{\hbar^2}x} + Be^{-i\frac{\sqrt{mE}}{\hbar^2}x} \quad (C)$$

السؤال الثاني: -

○ (أ) سقطت كرة تامة المرنة كتلتها  $m$  من السكون من ارتفاع  $L$  فوق سطح الأرض، ثم ارتدت إلى أعلى بنفس الارتفاع واستمرت في حركة دورية منتظمة. فما هي قيم الطاقات المسموح بها لهذه الحركة؟ (أربعة درجات)

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad \bullet \text{ (ب) إذا كانت بوابة الدوران حول محور } x \text{ تعطى من}$$

فما هو ناتج تطبيق دوران حول محور  $x$  بزاوية  $\frac{\pi}{2}$  للكيوبت  $|0\rangle$  (ثلاث درجات)

■\* (ج) يتحرك جسيم كتلته  $m$  بحيث كانت طاقة الجهد له مساوية للصفر (  $V(x) = 0$  ) عندما يكون الجسيم في المنطقة  $0 < x < L$ ، الطاقة لها قيمة لا نهائية خارج هذه المنطقة، أي عند  $x < 0$  و  $x > L$  أكتب معادلة شرودنجر للجسيم داخل البئر وحدد دالة الموجة المناسبة. (ست درجات)

△ Remember   ■ Understand   ● Apply   ◇ Analysis   \* Evaluate   ○ Create

## الجزء الثاني: الميكانيكا الإحصائية

12 درجة

السؤال الثالث: -

- (أ) ضع علامة أمام الإجابة الصحيحة وعلامة أمام الإجابة الخاطئة: (درجة لكل فقرة)
- (1) إذا كانت معادلة الحالة لنظام ثيرموديناميكي تُعطى بالمعادلة  $P(V, T) = aT + \frac{b}{V}$  حيث أن  $a, b$  ثوابت موجبة،  $P$  هو الضغط،  $V$  هو الحجم، و  $T$  هي درجة الحرارة المطلقة. فإن التعبير الرياضي للمشتقة الجزئية للحجم بالنسبة لدرجة الحرارة عند ثبوت الضغط هو  $\frac{aV^2}{b}$ . ( )
- (2) المجموعة الإحصائية يتم بها تثبيت إجمالي الطاقة وعدد ونوع الجسيمات في النظام على قيم معينة؛ يمكن اعتبارها خزناً حرارياً كبيراً معزولاً بعناية عن الأشياء المحيطة بحيث تكون درجة الحرارة وبالتالي الطاقة الإجمالية ثابتة تقريباً تسمى  $\Delta$  Micro-canonical ensemble. ( )
- (3) تعتمد الميكانيكا الإحصائية الكمية على فرضية إمكانية تحديد موقع الجسم وكمية حركته الخطية بدقة متناهية في نفس الوقت. ( )
- (4) عند توزيع 6 جسيمات على حالتين طاقتين، عندما يكون التوزيع متساوياً ( $N_1=3, N_2=3$ ) تكون قيمة الوزن الإحصائي ( $W=20$ ). ( )
- (5) في توزيع فيرمي ديراك لا توجد قيود على عدد الجسيمات التي تشغل الحالة الكمية الواحد. ( )
- (6) دالة التجزئة لنظام مكون من مستويين للطاقة بمقدار  $\epsilon, 0$  هي  $Z = 1 - e^{\beta\epsilon}$ . ( )

(ب) اختر الإجابة الصحيحة في العبارات التالية: (درجة لكل فقرة)

- س 1 :- إذا كانت دالة جيبس ( $G$ ) لنظام ثيرموديناميكي تُعطى بالعلاقة التالية  $G(P, T) = \frac{A}{T} + BT + CP$  حيث أن  $A, B, C$  ثوابت، و  $T$  هي درجة الحرارة المطلقة، و  $P$  هو الضغط. ما هو التعبير الرياضي الصحيح لـ الأنتروبي ( $S$ ) لهذا النظام

(A)  $\frac{A}{T^2} - B$  (B)  $-\frac{A}{T^2} + B$  (C)  $-\frac{A}{T^2} - B$  (D)  $\frac{A}{T^2} + B$

س 2 :- السعة الحرارية عند ثبوت الحجم  $C_V$  تُعطى من

(A)  $\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V$  (B)  $\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P$  (C)  $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$  (D)  $A$  و  $C$  معاً

س 3 :- أي من المعادلات التالية تمثل التغير في الطاقة الداخلية لنظام ما؟

(A)  $dU = TdS + PdV$  (B)  $dU = TdS - PdV$

(C)  $dU = -TdS - VdP$  (D)  $dU = SdT - PdV$

س 4 :- أي من الإحصاءات التالية يعطي قيماً أقل للنسبة  $\frac{n_i}{g_i}$  وهي متوسط عدد الجسيمات لكل حالة

كمومية مقارنة بإحصاء ماكسويل-بولتزمان عند مستوى طاقة معين؟

(A) إحصاء بوز-أينشتاين (B) إحصاء فيرمي-ديراك (C) إحصاء ديراك (D) لا يمكن تحديد ذلك

Remember Understand Apply Analysis Evaluate Create

Δ س5:- العلاقة التي تربط بين الانتروبي ودالة التجزئه والطاقه هي

$$S = k[N \ln Z + \beta E] \text{ (B)} \quad S = k[N \ln Z - \beta E] \text{ (A)}$$

$$S = k[\ln Z + \beta E] \text{ (D)} \quad S = k[N \ln E] \text{ (C)}$$

Δ س6:- يأخذ توزيع بوز-اينشتاين الصورة :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1} \text{ (D)} \quad n_i = \frac{g_i}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} + 1} \text{ (C)} \quad n_i = \frac{g_i}{e^{(\epsilon+\mu)/k_B T} - 1} \text{ (B)} \quad n_i = \frac{g_i}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} + 1} \text{ (A)}$$

13 درجة

السؤال الرابع :-

■ (أ) من تعريف الوزن الاحصائي  $W = \frac{N!}{\prod_k N_k}$  وباستخدام تقريب ستيرنج أثبت أن الانتروبي يعطى من العلاقة

$S = k[N \ln N + \alpha N + \beta E]$  حيث  $N$  هي عدد الجسيمات ،  $k$  هو ثابت بولتزمان ،  $\alpha, \beta$  هما معاملات لاجرانج و  $E$  الطاقة الكلية للنظام. (5 درجات)

●\* (ب) في حالة غاز يرتبط ضغطه مع حجمه ودرجه حرارته بالعلاقة :  $P = \frac{aT}{V} - \frac{b}{VT^2}$  حيث  $a, b, R$  ثوابت أحسب المعاملات الترموديناميكيه

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T, \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$


ثم تحقق هل  $dP$  تمثل تفاضلاً تاماً ، بمعنى أن هل الضغط  $P$  هو دالة حاله للغاز؟ (4 درجات)

● (ج) إذا علمت أن دالة هيلمهولتز الحرة (F) لنظام تيرموديناميكي تُعطى بالعلاقة التالية:



$$F(V, T) = \frac{A}{T \ln V} - c_v T \ln T + \frac{BT^2}{V}$$

حيث  $A, B, c_v$  مقادير ثابتة أوجد كلاً من الانتروبي والضغط لهذا النظام. (4 درجات)

انتهت الأسئلة

مع أجمل أمنياتنا بالتوفيق والنجاح للجميع  د. / عصام ادفاوي محمد حامد- د. / اسراء جمال

△ Remember   ■ Understand   ● Apply   ◇ Analysis   \*Evaluate   ○ Create

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department	Program: Mathematics Level : (3) Date: 13/1/2026 Time: 2 h	
Course Title: Special Topics in Applied Mathematics		Code: M335	
Instructors: Dr. Esraa Gamal			
Important:	No. of pages 5	No. Of questions 4	Total Mark:50 degree

**Question No.1:** (20 marks)

- 1) \* Which of the following states, when multiplied by  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , represents an entangled state?

(1) أي من الحالات الآتية، عند ضربها في  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، تمثل حالة تشابك كمي؟

- a)  $|01\rangle + |00\rangle$       b)  $|01\rangle + |11\rangle$       c)  $|01\rangle - |10\rangle$       d)  $|01\rangle - |11\rangle$

- 2) • Given the rotation gate around the x-axis defined as  $R_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$

What is the result of applying an x-axis rotation by an angle  $\frac{\pi}{2}$  to the qubit  $|0\rangle$ ?

(2) إذا كانت بوابة الدوران حول محور x تعطى من  $R_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$  فما هو ناتج تطبيق دوران حول محور x بزاوية  $\frac{\pi}{2}$  على الكيوبت  $|0\rangle$ ؟

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$       b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$       c)  $|0\rangle$       d)  $|1\rangle$

- 3) ♦ Given an input state  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , what is the output state after it passes through a

Hadamard gate  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ?

(3) إذا كانت  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  فيكون ناتج تطبيق بوابة هادامارد  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ؟

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix}$       b)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix}$       c)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha - \beta \\ \alpha + \beta \end{pmatrix}$       d)  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha - \beta \\ \alpha + \beta \end{pmatrix}$

- 4) • Cold-water enters a heater to produce hot water for a central air-conditioning unit at an average speed of 1.52 m/sec. Hot water exits the heater at an average speed of 9.14 m/sec. If the hot water pipe is 15.2 m above the cold-water pipe, find the pressure of the hot water given that the cold-water pressure is 2.339 kPa. Take the density of cold-water to be 998 kg/m<sup>3</sup> and the density of hot water to be 993 kg/m<sup>3</sup>?

4) يدخل الماء البارد في سخان لإنتاج الماء الحار لمحطة تكييف مركزي بمتوسط سرعة قدرها 1.52 m/sec ويخرج الماء الساخن منه بمتوسط سرعة قدرها 9.14 m/sec. إذا كان أنبوب الماء الساخن أعلى من أنبوب الماء البارد بارتفاع 15.2 m، أوجد ضغط الماء الساخن إذا كان ضغط الماء البارد 2.339 kPa. خذ كثافة الماء البارد 998 kg/m<sup>3</sup> وكثافة الماء الساخن 993 kg/m<sup>3</sup>؟

- a) +186.1 kPa      b) -186.1 kPa      c) +116.8 kPa      d) -116.8 kPa

- 5) A water tank has a small hole 5.0 meters below the water surface. What is the speed of the water flowing out of the hole? (Assume  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ).

5) يحتوي خزان مياه على ثقب صغير يقع على عمق 5.0 أمتار تحت سطح الماء. ما هي سرعة تدفق الماء الخارج من هذا الثقب؟

- a) 7.0 m/s      b) 9.9 m/s      c) 12.5 m/s      d) 49.0 m/s

- 6) \* Consider a fluid flow in polar coordinates with the following velocity components:

$v_r = K \cos \theta (1 - \frac{b}{r^2})$ ,  $v_\theta = -K \sin \theta (1 + \frac{b}{r^2})$ , where b and K are constants. Does this flow satisfy the continuity equation for an incompressible fluid?

6) في نظام الإحداثيات القطبية، يُعطى تدفق مائع بالعناصر التالية للسرعة:

$$v_r = K \cos \theta (1 - \frac{b}{r^2}), \quad v_\theta = -K \sin \theta (1 + \frac{b}{r^2}),$$

حيث K و b ثوابت. هل يحقق هذا التدفق معادلة الاستمرارية للمائع غير القابل للانضغاط؟

- a) yes, for All b, k      b) No      c) yes, for k = 0 only      d) yes, for b = 0 only

- 7) ■ The Gibbs function G for a thermodynamic system is given by the following relation:

$G(P, T) = \frac{A}{T} + BT + CP$  Where A, B, and C are constants, T is the absolute temperature, and

P is the pressure. What is the correct expression for the entropy (S) of this system?

7) إذا كانت دالة جيبس (G) لنظام تيرموديناميكي تُعطى بالعلاقة التالية  $G(P, T) = \frac{A}{T} + BT + CP$ :

حيث أن A، B، C ثوابت، و T هي درجة الحرارة المطلقة، و P هو الضغط. ما هو التعبير الرياضي الصحيح لـ الإنتروبي (S) لهذا النظام.

- a)  $\frac{A}{T^2} - B$       b)  $\frac{A}{T^2} + B$       c)  $-\frac{A}{T^2} - B$       d)  $-\frac{A}{T^2} + B$

8)  $\Delta$  Which of the following equations represents the change in the internal energy of a system?

(8) أي من المعادلات التالية تمثل التغير في الطاقة الداخلية لنظام ما؟

a)  $dU = TdS + PdV + \mu dN$

b)  $dU = TdS - PdV + \mu dN$

c)  $dU = -TdS - VdP + \mu dN$

d)  $dU = SdT - PdV + \mu dN$

9)  $\left(\frac{\partial V}{\partial N}\right)_{T,P} = \dots$

a)  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial N}\right)_{T,P}$

b)  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{P,N}$

c)  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_{T,N}$

d)  $\left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_{T,N}$

10)  $\blacksquare$  Which of the following states, when we apply CNOT gate on  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$

(10) أي من الحالات الآتية ينتج من تطبيق البوابة CNOT على الحالة الكمية  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$

a)  $|01\rangle + |00\rangle$

b)  $|01\rangle + |11\rangle$

c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |11\rangle)$

**Question No.2:** (10 marks)

(a) \* • A quantum circuit is designed using a controlled-NOT (CNOT) gate, also known as a Toffoli gate. The gate has two input qubits, A and B, and produces two output qubits, A' and B'. Based on the rules of the CNOT gate, construct the truth table that shows the output for all possible combinations of inputs.

(أ) صُممت دائرة كمومية باستخدام بوابة (CNOT) تتلقى البوابة اثنين من الكيوبتات هي A و B ، وتنتج كيوبتات هي A' و B' بناءً على قواعد عمل هذه البوابة أنشئ جدول الحقيقة (Truth Table) الذي يوضح قيم (A', B) لجميع التركيبات الممكنة للكيوبتات A, B

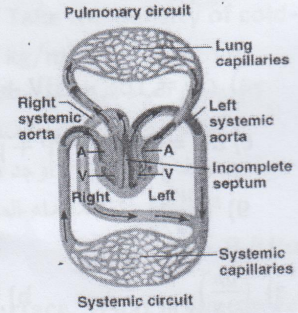
(b)  $\Delta$  • What is the resulting quantum state, given that it is represented on the Bloch Sphere by the following relation:

(ب) ما هي الحالة الكمية الناتجة عند  $\theta = \pi/2$  ,  $\varphi = 0$  إذا علمت أنها ممثلة على كرة بلوخ (Bloch Sphere) بالعلاقة:

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

**Question No.3:** (10 marks)

(a) \*• In the human circulatory system, the aorta has a radius of 1.2 cm and the blood flow speed is 0.20 m/s. If the blood branches out into  $1 \times 10^{10}$  capillaries, each with a radius of  $3 \times 10^{-6}$  m, what is the total effective area of the capillaries? what is the speed of blood flow in the capillaries? In a hemodynamic study, assume the aorta undergoes stenosis, resulting in a 20% reduction in its radius. Discuss the impact of this change on the blood flow velocity within the constricted area assuming a constant total volumetric flow rate (Q).



(أ) في نظام الدورة الدموية للإنسان، يبلغ نصف قطر الشريان الأورطي 1.2 سم، وتبلغ سرعة تدفق الدم فيه 0.20 متر/ثانية. إذا تفرع الدم إلى  $1 \times 10^{10}$  شعيرات دموية، يبلغ نصف قطر كل منها  $3 \times 10^{-6}$  متر، فما هي المساحة الكلية الفعلية (Total Effective Area) للشعيرات الدموية؟ وأيضاً احسب سرعة تدفق الدم في الشعيرات الدموية؟ وفي دراسة لديناميكا الدم، بفرض أن الشريان الأورطي قد تعرض لضيق (Stenosis) أدى إلى انخفاض نصف قطره بنسبة 20% ناقش تأثير هذا التغيير على سرعة تدفق الدم داخل منطقة الضيق إذا افترضنا ثبات معدل التدفق الحجمي الكلي (Q)

(b) \*■ Consider a fluid flow described by a density field,  $\rho(x, y)$ , and a corresponding velocity field,  $V$ .

- Find the total derivative  $\frac{d\rho}{dt}$  of the density field  $\rho = 3x^3 - 4y^2$ .
- Evaluate the total derivative at the point  $(x, y) = (1, 3)$  given the velocity field  $V = (x^2 - y^2 + x)i - (3xy + y)j$ .

(ب) بفرض وجود جريان للمائع يوصف بمجال كثافة  $\rho(x, y)$  ومجال سرعة مصاحب  $V$

- أوجد المشتقة الكلية  $\frac{d\rho}{dt}$  لمجال الكثافة  $\rho = 3x^3 - 4y^2$ .
- احسب قيمة هذه المشتقة الكلية عند النقطة  $(x, y) = (1, 3)$  بفرض أن مجال السرعة مُعطى بالعلاقة  $V = (x^2 - y^2 + x)i - (3xy + y)j$ .

**Question No. 4 :** (10 marks)

(a)  $\Delta$  Find the temperature (T) and pressure (P) of a thermodynamic system, given that its internal energy (U) is defined by the following relation:  $U = A \frac{N^3}{V^2} \exp\left(\frac{S}{Nk_B}\right)$

Where A is a constant, S is the entropy, V is the volume, N is the number of particles in the system, and  $k_B$  is the Boltzmann constant.

(ا) أوجد درجة الحرارة والضغط لنظام تيرموديناميكي إذا علمت ان الطاقة الداخليه له هي  $U = A \frac{N^3}{V^2} \exp\left(\frac{S}{Nk_B}\right)$  حيث A مقدار ثابت ، S الانتروبي ، V الحجم و N عدد الجزيئات للنظام،  $k_B$  ثابت بولتزمان.

(b)  $\diamond$  Given the Helmholtz free energy (F) for a thermodynamic system:

$$F(V, T) = \frac{A}{T \ln V} - c_v T \ln T + \frac{BT^2}{V}$$

where A, B,  $c_v$  are constants.

1. Find the mathematical expressions for the system's entropy (S) and pressure (P).
2.  If you are designing a nanomaterial based on this function and find that the system reaches "Mechanical Stability" when the pressure vanishes ( $P=0$ ). Derive the mathematical relation between temperature (T) and volume (V) required to achieve this design.

(ب) إذا علمت أن دالة هيلمهولتز الحرة (F) لنظام تيرموديناميكي تُعطى بالعلاقة التالية:

$$F(V, T) = \frac{A}{T \ln V} - c_v T \ln T + \frac{BT^2}{V}$$

حيث A, B,  $c_v$  مقادير ثابتة.



1. أوجد تعبيراً رياضياً لكل من إنتروبي النظام (S) وضغط النظام (P).
2. إذا قمت بدراسة مادة نانوية تتبع هذه الدالة، ووجدت أن النظام يصل إلى حالة "الاستقرار الميكانيكي" عندما يتلاشى الضغط ( $P=0$ ) استنتج العلاقة الرياضية التي تربط درجة الحرارة (T) بالحجم (V) لتحقيق هذا التصميم.

Best Wishes

End of Exam

Dr. Esraa Gamal

Remember  Understand  Apply  Analysis  Evaluate  Create

	Assiut University- Faculty of Science Frist Semester- Final Exam 2025-2026 Mathematics Department	Program: Mathematics Level : (3) Date: 13/1/2026 Time: 3 h	
Course Title: Selected Topics in Mathematics (1)		Code: 315 math	
Instructors: Prof. Dr. El-Sayed Abo-Tabl			
Important:	No. of pages 1	No. Of questions 3	Total Mark: 50 degree

أجب عن الأسئلة الآتية:-

(١٨ درجات)

السؤال الأول: أثبت أن

$$1- \int_0^1 \sqrt{\log \frac{1}{x}} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$2- \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\sec 2x} dx = \frac{(\frac{1}{4})^2}{4\sqrt{2\pi}}$$

$$3- \int_0^{\infty} e^{-x^2} x^6 dx = \frac{15}{16} \sqrt{\pi}$$

$$4- P_5'(x) = 9P_4(x) + 5P_2(x) + P_0(x)$$

$$5- H_n'(x) = 2n H_{n-1}(x)$$

$$6- L_5'(x) + L_4(x) + L_3(x) + L_2(x) + L_1(x) + 1 = 0.$$

(١٦ درجات)

السؤال الثاني:

$$١- أثبت أن  $\beta(x, x) \cdot \beta\left(x + \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{x} 2^{1-4x}$$$

$$٢- أثبت أن  $P_2^1(x), P_3^1(x)$  متعامدان .$$

$$٣- أثبت أن  $y = H_n(x)$  حل لمعادلة هيرميت التفاضلية  $y''(x) - 2x y'(x) + 2n y(x) = 0$$$

$$٤- أثبت أن  $T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$$$

(١٦ درجات)

السؤال الثالث:

$$١- أثبت أن  $(1 - x^2) U_n'(x) = n U_{n-1}(x) - nx U_n(x)$$$

$$٢- عبر عن الدالة  $f(x) = x^2$  ككثيرات حدود لدوال لاجير.$$



$$٣- أثبت أن  $\int_0^2 x^3 J_0(x) dx = 8 J_0(2)$$$

$$٤- باستخدام العلاقة التكرارية  $2 J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$  أثبت أن$$

$$\int J_0(x) dx = 2 [J_1(x) + J_3(x) + J_5(x) + \dots].$$

End of Exam

Best Wishes Prof. Dr. El-Sayed Abo-Tabl

 كلية العلوم جامعة أسيوط	البرنامج: الرياضيات المستوى: الثالث التاريخ: 11 يناير 2026 الوقت: ثلاث ساعات	جامعة أسيوط - كلية العلوم امتحان نهائي الفصل الدراسي الأول العام الجامعي 2025-2026 قسم الرياضيات	 كلية العلوم جامعة أسيوط
كود المقرر: 313 ر		اسم المقرر: معادلات تفاضلية (2)	
القائم بالتدريس: د. محمد عبدالله عبدالرازق			
المجموع الكلي للدرجات: 50 درجة		عدد الأسئلة: 6 أسئلة (مطلوب الإجابة عن 5 أسئلة فقط)	
		عدد الصفحات: صفحة واحدة	

أجب عن خمسة فقط مما يأتي : (10 درجات لكل سؤال - 5 درجات عن كل فقرة )

1- أ) أوجد الحل للمعادلة  $(x > 1)$  ,  $x^2(\ln x - 1)y'' - xy' + y = 0$  , إذا علم الحل الخاص لها هو  $y = \ln \frac{1}{x}$  .

ب) بطريقة التكامل ، أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $z_{xx} + 3z_{xy} + 2z_{yy} = (3x - y)^{\frac{1}{2}}$  .

2- أ) بالتحويل للصورة القياسية ، أوجد الحل العام للمعادلة  $x^2y'' + xy' + \left(4x^2 - \frac{1}{4}\right)y = 3x^{\frac{3}{2}} \sin 3x$  .

ب) باستخدام طريقة العوامل الغير معينة، أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:-

$$z_{xxx} + z_{xxy} - z_{xyy} - z_{yyy} = e^x \cos 2y .$$

3- أ) أوجد العلاقة بين كل من  $x$  ,  $y$  والمتغير  $t$  الناتجة من حل المعادلتين التفاضليتين الآتيتين التاليتين:-

$$\dot{x} + y = \sin 2t , \dot{y} - x = \cos 2t$$

ب) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $z_{xx} - 3z_{xy} + 2z_{yy} = \sin(x - 2y) + e^{2x+y}$  .

4- أ) بطريقة فروبنوس أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $4xy'' + 2y' + y = 0$  وذلك بالقرب من نقطة الأصل.

ب) أوجد الحل العام لمعادلة لاجرانج  $4yz z_x + z_y + 2y = 0$  ثم أوجد الحل الخاص الذي يمر خلال المنحنى:-

$$y^2 + z^2 = 1 , x + z = 2 .$$

5- أ) أوجد قيمة الدالة  $f(z)$  التي تجعل المعادلة  $z dx + f(z)dy + y dz = 0$  قابلة للتكامل ، ثم أوجد حل المعادلة عندما تأخذ الدالة هذه القيمة.

ب) بطريقة فصل المتغيرات أوجد حلا لمعادلة لابلاس  $u_{xx} + u_{yy} = 0$  بحيث تحقق الشروط:-

$$u(0, y) = u(\ell, y) = u(x, 0) = 0 , u(x, a) = \sin\left(\frac{2\pi}{\ell}x\right) .$$

6- أ) باستخدام تحليل المؤثر ، أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية:-

$$(x + 2)y'' - (2x + 5)y' + 2y = 2(x + 2)^2 e^{2x} , x \neq -2 .$$

ب) احذف الدالة الاختيارية  $f(xy)$  من العلاقة  $z = \sin^{-1}\left(\frac{f(xy)}{x}\right)$  .



Q1) (22 points) Choose the correct answer. (2 points for MCQ, 1 point for T/F)

1) $T(n) = T(n/5) + 4T(n/5) + n$ , $T(n) = O(\dots)$ . (a) $O(n)$ (b) $O(n \lg n)$ (c) $O(n^2)$ (d) $O(n^2 \lg n)$
2) The time complexity of binary search is: (a) $O(1)$ (b) $O(n \lg n)$ (c) $O(n)$ (d) $O(\lg n)$
3) The worst-case time complexity of Merge Sort is: (a) $O(n)$ (b) $O(n \lg n)$ (c) $O(n^2)$ (d) $O(n^2 \lg n)$
4) Let $T(n)$ be defined by $T(1) = 7$ , and $T(n+1) = 3n + T(n)$ , for all integers $n \geq 1$ . Which of the following represents the order of growth of $T(n)$ as a function of $n$ ? (a) $O(n)$ (b) $O(n \lg n)$ (c) $O(n^2)$ (d) $O(n^2 \lg n)$
5) The worst-case time complexity of heap Sort is: (a) $O(n)$ (b) $O(n \lg n)$ (c) $O(n^2)$ (d) $O(n^2 \lg n)$
6) Counting sort is a linear time sorting algorithm. (a) True (b) False
7) The adjacency matrix can represent undirected or directed graph. (a) True (b) False
8) Every graph has only one minimum spanning tree. (a) True (b) False
9) Greedy algorithms look for future benefit do not choose the next piece of the solution that offers the most obvious and immediate benefit. (a) True (b) False
10) In divide & conquer strategy, problems are usually solved recursively. (a) True (b) False
11) The Kruskal's algorithm can also run on the disconnected graphs. (a) True (b) False
12) A minimum spanning tree of a given graph may contain a cycle edge. (a) True (b) False
13) Removing a cycle edge may disconnect a graph. (a) True (b) False
14) For undirected graphs, the adjacency matrix is not symmetric. (a) True (b) False
15) Quicksort worst case is $O(n \lg n)$ . (a) True (b) False
16) Priority Queue usually implemented with heap structure. (a) True (b) False
17) Form these edge set, $E = \{(1,2), (1,4), (1,5), (2,3), (2,5), (3,2), (4,5)\}$ , This can set represent a directed graph. (a) True (b) False



Q2) (4 points) Give asymptotic upper bound for  $T(n)$  in each of the following recurrences.

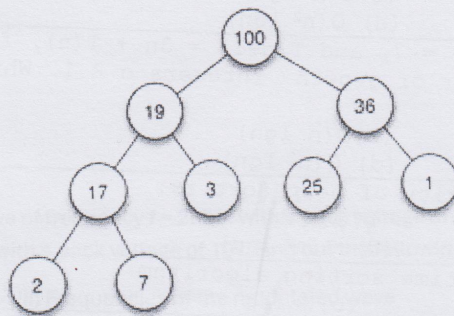
1)  $T(n) = 2T(n/2) + 4 \lg n$

2)  $T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \Theta(\lg \lg n)$

3)  $T(n) = T(n-1) + n$

4)  $T(n) = 2T(n/5) + 3T(n/5) + n^2$

Q3) (4 points) convert the next heap into an array.

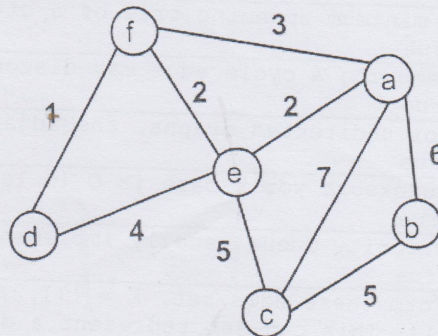


Q4) (5 points) Show the steps of applying the counting sort on the next array.

4 | 3 | 7 | 2 | 6 | 5 | 1 | 2 | 4 | 3 | 6 | 7

Q5) (15 points) For the next graph find:

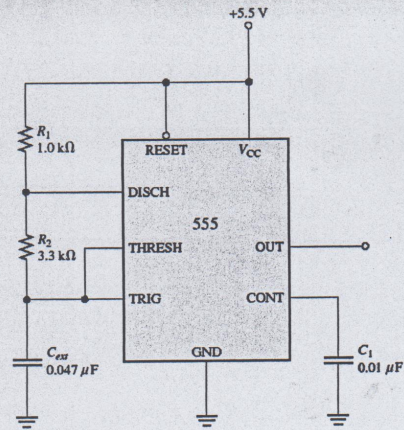
- The MST using prime's algorithm. (5 points)
- The MST using kurskal's algorithm. (5 points)
- The adjacency list. (5 points)



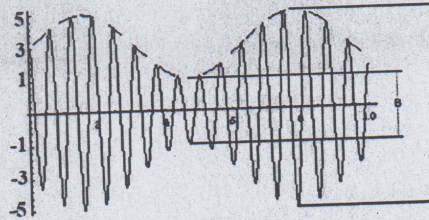
3.a. A 555 timer configured to run in the astable mode (oscillator) is shown in Figure. Determine the frequency of the output and the duty cycle.

3.b. To what value must  $C_{ext}$  be changed in fig to achieve a frequency of 25 KHz?

3.c. In the astable 555 configuration, what is the value of the external resistor  $R_1 = 3.3 \text{ k}\Omega$ . What must be  $R_2$  equal to produce a duty cycle of 75 percent?



4.a. For the modulated wave shown in fig. Find the modulation index ( $\mu$ )



4.b. A 10-bit counting A/D converter has an analog input in the range  $0 < V_A < 5 \text{ V}$  and has a clock frequency of 5 MHz .

(a) What is the maximum conversion time?

(b) If the output is 0011010010, what is the range of the input signal  $V_A$  (assume a quantization error of  $\pm \text{LSB}$ ).

(c) How many clock pulses are required to produce an output of 0110100100?

## 5. Choose the correct answer

1. If the resistance of a tuned circuit is increased, the  $Q$  of the circuit .....

- (i) is increased                      (ii) is decreased  
(iii) remains the same              (iv) none of the above

Answer:.....

2. In series resonance, there is .....

- (i) voltage amplification                      (ii) current amplification  
(iii) both voltage and current amplification              (iv) none of the above

Answer:.....

3. The  $Q$  of a tuned amplifier is 50. If the resonant frequency for the amplifier is 1000 kHz, then bandwidth is ...

- (i) 10 kHz              (ii) 40 kHz              (iii) 30 kHz              (iv) 20 kHz

Answer:.....

4. In the above question, what are the values of cut-off frequencies ?

- (i) 140 kHz, 60 kHz              (ii) 1020 kHz, 980 kHz  
(iii) 1030 kHz, 970 kHz              (iv) none of the above

Answer:.....

5. For frequencies above the resonant frequency, a parallel  $LC$  circuit behaves as a ..... load.

- (i) capacitive              (ii) resistive              (iii) inductive              (iv) none of the above

Answer:.....

6. At series resonance, the net reactive component of circuit current is .....

- (i) zero              (ii) inductive  
(iii) capacitive              (iv) none of the above

Answer:.....

7. If  $Q$  of an  $LC$  circuit increases, then band-width .....

- (i) increases              (ii) decreases              (iii) remains the same              (iv) insufficient data

Answer:.....

8. For frequencies below resonant frequency, a series  $LC$  circuit behaves as a ..... load.

- (i) resistive              (ii) capacitive              (iii) inductive              (iv) none of the above

Answer:.....

9. At series resonance, voltage across  $L$  is ..... voltage across  $C$ .

- (i) equal to but opposite in phase to              (ii) equal to but in phase with  
(iii) greater than but in phase with              (iv) less than but in phase with

Answer:.....

10. A tuned amplifier is used in ..... applications.

- (i) radio frequency                      (ii) low frequency  
(iii) audio frequency                      (iv) none of the above

Answer:.....

6.a. A tuned amplifier has parallel LC circuit. One branch of this parallel circuit has a capacitor of 100 pF and the other branch has an inductance of 1mH plus a resistance of 25  $\Omega$ . Determine:

(i) the resonant frequency and

(ii) Q of the tank circuit.

6.b. A carrier wave of frequency  $f = 2\text{MHz}$  with a peak voltage of 20V is used to modulate a signal of frequency 3kHz with a peak voltage of 10v. Find out the following:

(i)  $\mu$

(ii) Frequencies of the modulated wave

(iii) Bandwidth



Mathematics Department  
 Faculty of Science  
 Assiut University  
 1st Semester - 2025/2026  
 4th Year  
 Final-term Exam

Computer Science Program  
 Course Code: ٥٣٢٥  
 Microprocessors  
 (معالجات دقيقة)  
 Date: January 23rd, 2026  
 Time: 9:00 am - 11:00 am (2 hours)



Important Notes: Marks: 50, Number of Pages: 2, Number of Questions: 4

Answer All the Following Questions:

Question 1 14 Marks

i) Consider the following assembly lines, the part of data segment, and the values of some registers:

MOV AX, 295AH	3A659 H	....
MOV CX, AX	3A658 H	....
MOV [BX+SI-12H], CX	3A657 H	69 H
MOV [DI], DX	3A656 H	3C H
	3A655 H	....
	3A654 H	....

BX = 2E46 H, DX = F3B4 H, SI = 5820 H, DI = 8658 H, and DS = 3200 H.

- a) Does this address 435E7 H belong to the data segment? (2 Marks)  
 (Note: Answer with Yes or No, and write the reason.)
- b) Show the contents of the missing locations in the shown part of memory after the execution of the above assembly lines. (4 Marks)
- ii) Show the contents of BX and the flag bits (CF, ZF, SF, OF, PF, and AF) after the execution of the following assembly lines: (8 Marks)

```
MOV BL, 4AH
XOR BL, 73H
STC
MOV BH, 0D6H
ADC BH, 62H
```

Question 2 14 Marks

i) Check if the jump will occur or not in the following cases: (6 Marks)  
 (Note: answer with occur or not occur, and also write the reason)

- |                  |                 |                |
|------------------|-----------------|----------------|
| a) MOV AX, 93A2H | b) MOV AL, 0E8H | c) MOV AL, 8CH |
| CMP AX, 643BH    | ADD AL, 6AH     | XOR AL, 59H    |
| JL NEXT          | JNC NEXT        | JS NEXT        |

ii) Using only logical instructions, write the assembly lines that perform the following operations: (8 Marks)

- a) Set the bits No. 0, 2, and 5 in AL
- b) Clear the bits No. 1, 3, 4, and 6 in BL
- c) Toggle the bits No. 2, 3, and 7 in CL
- d) Clear the contents of DX

**Question 3** 12 Marks

Write the assembly code that:

(10 Marks)

- adds and counts the multiples (مضاعفات) of the number 3 in a series of byte size data (9, 21, 14, 36, 50, 84, 46, 75, and 0)
- stores the sum of these multiples in CL
- stores the count of these multiples in CH
- stops when the number 0 is read

then show the contents of CX after the execution of the assembly code.

(2 Marks)

**Question 4** 10 Marks

Choose the correct answer to each of the following statements:

(1 Mark for Each Point)

(Note: multiple choices are not allowed)

1. The ..... bus selects the memory or I/O device and causes them to perform a read or write operation.  
 A data       B control       C address       D non of the previous
2. Consider DS = 3000 H, the ending address of the data segment is .....  
 A 2FFFF H       B 32FFF H       C 3FFFF H       D 32000 H
3. The first microprocessor in Intel which has 32-bit address bus and 64-bit data bus is .....  
 A Intel 80386       B Intel 80486       C Intel Pentium       D Intel Pentium Pro
4. The main processing unit in Intel 8086 which is responsible for instruction queuing is .....  
 A BIU       B ALU       C EU       D non of the previous
5. The maximum size of a memory segment in the real mode is .....  
 A 1 MB       B 64 KB       C 4 MB       D 256 KB
6. IF SP = 37CD H, the offset address of the first location in the stack to push data into is .....  
 A 37CC H       B 37CD H       C 37CE H       D 37CB H
7. The computing machine which can be considered the first electronic computing system is .....  
 A Colossus       B Z3       C ENIAC       D Abacus
8. .... can be considered a suitable combination of segment:offset registers.  
 A CS:IP       B DS:SP       C SS:SI       D ES:BP
9. The data addressing mode in MOV AX, [SI+8] is .....  
 A register indirect       B base plus index       C register relative       D direct
10. Consider CF = 1 and AL = 10100011 B. After the execution of RCL AL,3 .....  
 A CF = 1 and AL = 01000111 B       B CF = 0 and AL = 10001111 B  
 C CF = 0 and AL = 10001110 B       D CF = 1 and AL = 00011110 B